Why Is It Impossible to Move Faster Than Light? : Clear Derivation of Velocity Addition in Einstein's Relativity Education

なぜ光の速さを超えられないのか
―わかりやすい速度の合成則の導出―

近藤　良彦　　西川　哲夫

【要旨】

光の速さを超えられないということは、速さに速さを足し加えることができないことを意味している。光の速さは変わらない。すなわち、光速が不変であることから、光に近い速さで走るものの中の時間は外と比べて遅くなることがわかる。さらに、ものの長さも縮むことがわかる。ゆえに、光に近い速さで走るもののなかで光に近い速度で物体を発射しても、外から見れば時間が遅くなる割合だけ物体はゆっくり進んで見え、さらに長さが縮んだ割合だけゆっくり進むこととなる。これらを考慮して得られる速度の合成則から、光の速さで走るものの中でどのような速度で発射しようが、外から見ると光と同じ速さで移動することがわかる。当然、光の速さは超えられない。それではなぜ、日常の生活では速度を足したり引いたりできるのだろうか。その理由も明らかにする。

【キーワード】

特殊相対性理論　光速不変の原理　絶対時間　速さ・時間・道のり　速度の合成則

１．はじめに

この宇宙には速さの上限がある。それが光の速さである。光は１秒間に 30万km の速さで進む。この速さを超えられないとすると、例えば、1秒間に 40万km の速さで進むものはないということなのか。そういうことである。しかし、地球から見て秒速 20万km で進むロケットから秒速 20万km で小型のロケットを発射したら、その小型のロケットは地球からは秒速 40万km で進むように見えるのではないか。納得できないかもしれないが、そうならないのである。

ここで少し考えてみてほしい。なぜ、20万km/s と 20万km/s を足して 40万km/s になると考えるのだろうか。30cm の物差しと 30cm の物差しを足せば 60cm の長さになり、200g のコップに 300g の水を入れれば全体で 500g になるなど、身の回りに足し算できるものは多くある。これは実際に確かめることができる。一方、速さに関してはどうだろう。簡単には確かめられないし、実際に確かめたことのある人も多くはないであろう。なぜ、確かめにくいのかと言えば、それは動きが関係しているからである。速さは長さと時間の割合で表される量であり、止めることのできない時間が関係しているからである。

実は、日常生活では速度の足し引きが成り立っている。絶対時間が適用できる状況では速度の

足し引きは成立するのである。絶対時間とは時間が一つでどこでも等しく流れるということである。これは至極当然のことのように思われるだろうか。第一論文 [1] で示したように、時間はどこでも等しく流れるわけではなく、光の速さに近いものほど時間は遅れる。さらに、第二論文 [2] で示したように、走っているものの長さは止まっているときよりも縮む。ゆえに、光の速さに近い状況では速度の足し引きはできないのである。例えば、秒速 20万km で進むロケットから秒速 20万km の小型ロケットを発射しても、地球から見ればロケットの時間が遅れる割合だけ小型ロケットの速度は遅くなるのである。さらに、長さが縮むことにより移動距離が短くなるのでその割合だけゆっくり進んで見える。このことからわかるように、地球から見た小型ロケットの速度は秒速 20万km と秒速 20万km を足した秒速 40万km よりも小さくなるのである。

しかしながら、相対性理論の上述のような結果は日常で体験することができない。このためか、相対性理論の結果について誤解したり勘違いしたりしていることがよくみられる。また、そのような勘違いに基づいて相対性理論が間違っていると主張しているものもある。このような主張に対して考え方の間違いを指摘する試みが多くなされている。その中でも、松田・木下氏 [3] は多くの勘違いに対して様々な角度から正しく理解する方法を説いている*)。一方で、間違っているとは考えないまでも、相対性理論の結果がどうしても腑に落ちない場合もあろう。そのような場合は、なぜ間違っているかを説くことだけでなく、相対性理論の体系に戻ってそのような結果が導かれる過程をわかりやすく説明することが有効である。また、導かれる過程をわかりやすく説明することは勘違いを正すことにも役に立つであろう。

速度に速度を加えるとき単純に足し引きできないことは、相対性理論における速度の合成則 [3,4] を見れば明らかである。この速度の合成則の公式は相対性理論の時間と空間に関する基本的な関係式から導くことができる。言葉による説明だけをして単にこの公式を与えている初歩的な解説書をよく見かける。また、多くの解説書では、公式を代数の計算で導いている。導出に必要な代数の知識は中学校で学習する内容程度であるが、それで導き出せたからと言ってなぜそうなるのかを理解できるとは限らない。本論文では、時間の遅れと長さの縮みに直接対応させることにより、速度の合成則の公式を導出する。これにより、なぜ速度を足し引きできないのかをよりよく理解できるであろう。

第２節では、絶対時間が成立するときは速度の足し引きができることを示す。第３節から第５節までは、第一論文と第二論文で解説した時間と空間の関係から、本論文に必要な部分を取り出して簡潔によりわかりやすく説明する。第６節では、それまでに導いてきた公式をまとめる。第７節では、本論文の主題である速度の合成則の公式を特殊相対性理論の長さの縮みと時間の遅れの効果がどのように影響しているのかがわかるように導出する。第８節では、相対性理論の視点から時間と空間と速度についてまとめる。さらに、相対性理論を学ぶことから得られる思考法について述べる。また、付録に公式のより詳細な説明を付け加える。

２．速度の足し引き

まっすぐな道路を時速 60km で走る車がある。この車の速度を地面に立っている人が測定したら時速 60km になる。これを道路に平行な線路を時速 40km で走る電車に乗っている人が測定したらどうなるだろうか。車と同じ向きに走っていれば 60 から 40 を引いて時速 20km、逆向きに走っていれば 60 と 40 を足して時速 100km になるに違いない。「違いない」ということは、実際に電車に乗って測らなくてもそうなることがわかるということである。当たり前のように感じるかもしれないが、このように速度を足したり引いたりできるのはある前提が成り立つときに限られる。当たり前には理由がある。

図2.1のように地面の上に電柱が立っており、その近くのまっすぐなレールを速度 v で電車が走っているとする。この電柱の位置を物差しで特定することにする。電柱の位置を地面に置いた物差しの目盛りで x、電車に付けた物差しの目盛りで x' と表すことができる。さらに、図2.1のように地面の物差しと電車の物差しの左端が揃ったとき、地面の時計と電車の時計の時刻をゼロにセットする。このとき、電柱の位置を表す地面と電車の物差しの目盛り x と x' は同じである。すなわち、$x = x'$ となる。

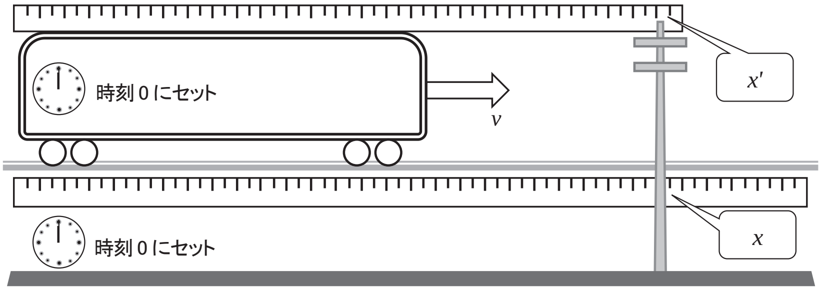


図 2.1

図2.2は、地面と電車でそれぞれ t と t' の時間が経過した様子である。ここで、地面で過ぎた時間と電車で過ぎた時間が同じであるとする。すなわち、$t = t'$ とする。このような時間の関係は「絶対時間」と呼ばれる。電車は速度 v で走っているから、その間に進んだ距離は地面と電車ではそれぞれ vt と vt' となる。絶対時間の関係から $t = t'$ であるので、$vt = vt'$ であることがわかる。

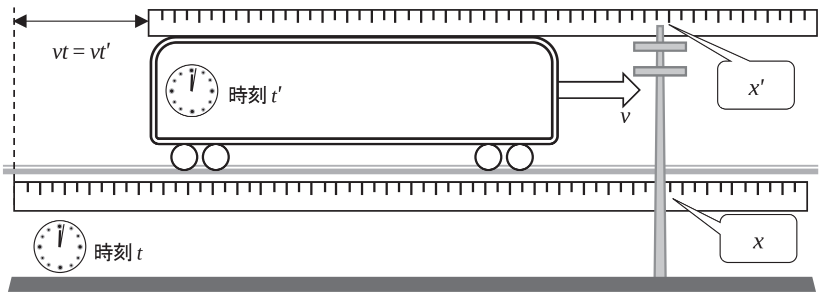


図 2.2

ゆえに、xとx'の関係は$x-vt=x'$となる。以上をまとめると、地面の時間と電車の時間の間に

$$t'=t$$

の関係があるとすれば、地面の物差しと電車の物差しの目盛りには

$$x'=x-vt$$

の関係があることがわかる。この２つの関係式はガリレイ変換と呼ばれている。

これから、ガリレイ変換において速度の足し引きができることを示そう。レールに平行にボールが飛んでいるとする。そのボールの速度を地面にいる人と一定の速度 v で走る電車に乗っている人が測るとする。図2.3はその様子を表したもので、地面の物差しと電車の物差しの左端が揃ったときに地面と電車の時計をゼロにセットし、ボールが左端を通過しようとしているとする。このときボールは地面の物差しでも電車の物差しのでも目盛りがゼロの位置にある。

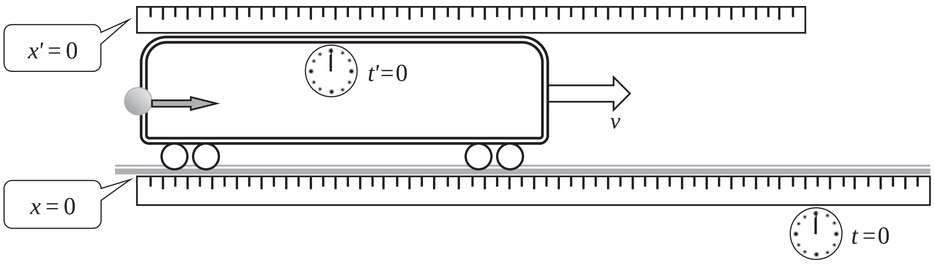


図 2.3

時が過ぎて、地面の時計の時刻が t_1で電車の時計の時刻が t_1' となったとき、図2.4のようにボールは地面の物差しで目盛りが x_1 の位置に、電車の物差しで目盛りが x_1' の位置まで進んだとする。

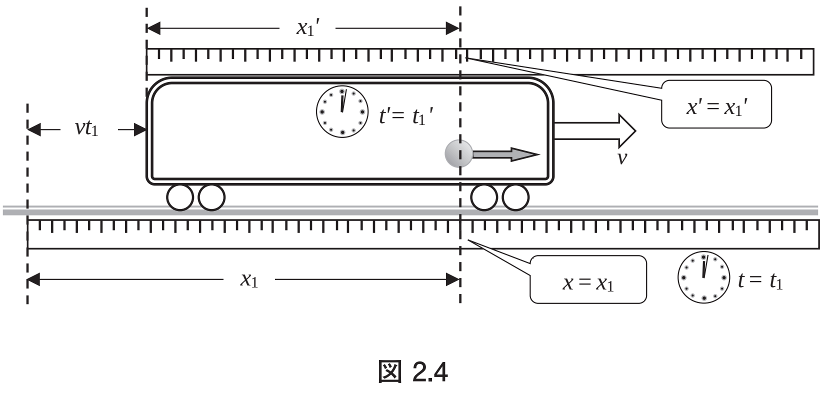


図 2.4

このとき、地面の人にとって t_1 の間にボールの進んだ距離は x_1 である。一方、電車の人にとっ

ては、$t'=0$ のときボールは電車の左端に位置していたのだから、t_1' の間に進んだ距離は x_1' となる。速さは距離÷時間であるから、地面におけるボールの速さを u と置くと

$$u=\frac{x_1}{t_1}$$

電車におけるボールの速さをu'と置くと

$$u'=\frac{x_1'}{t_1'}$$

となる。この式にガリレイ変換の式

$$x_1'=x_1-vt_1$$

$$t_1'=t_1$$

を代入すると

$$u'=\frac{x_1-vt_1}{t_1}=\frac{x_1}{t_1}-\frac{vt_1}{t_1}=u-v$$

となる。この $u'=u-v$ の関係を速度に関するガリレイ変換という。

図2.5のように、地面から見て速度 40km/h で走っている電車と速度 60km/h で走る車があるとする。このとき、電車から見ると車の速度 u' はいくらになるだろうか。

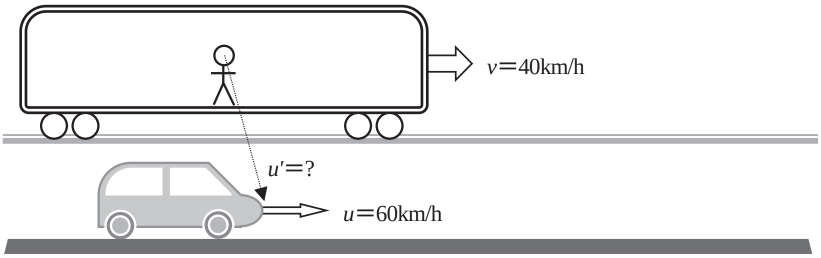


図 2.5

速度に関するガリレイ変換を用いると

$$\begin{aligned}u'&=u-v\\&=60\text{km/h}-40\text{km/h}\\&=20\text{km/h}\end{aligned}$$

となる。我々は、車の速度から電車の速度を足し引きすれば電車から測定される速度になることを知っているが、それは速度に関するガリレイ変換を用いることに他ならない。

上述したことからわかるように、速度に関するガリレイ変換が成り立つのは絶対時間が成り立

つ場合に限られる。もし絶対時間が成り立たないなら、すなわち、地面を流れる時間と電車の中で流れる時間が違っていれば、ガリレイ変換は成り立たないのである。

３．同時刻の相対性

この節では、ある人にとって同時刻に起こって見える出来事が別な人にとっては違う時刻に起こって見えることを示すことにする。基本となるのは、光速不変の原理「真空中の光の速さは光源の運動状態に無関係」である。この原理によれば、観測者によらず、光の速度 c は常に $c=30$ 万km/sで変わらない。これを基に思考実験をしてみる。

真っ直ぐなレールの上を一定の速度 v で走る長さが l の電車があるとする。図3.1のようにこの電車の中心でホタルが光ったとする。

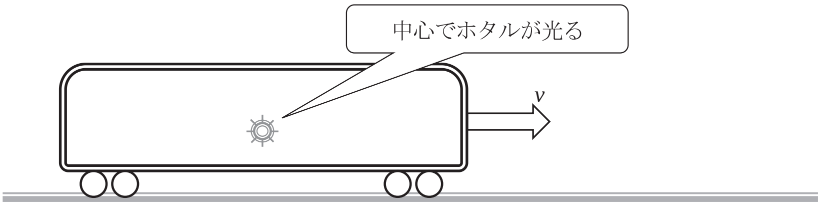


図 3.1

まず、この状況を電車に乗っている人が観測したとしよう。1 節にも書いたように、電車に乗っている人にとって電車は止まっている。図3.2のように、中心で光ったホタルの光は同じ距離を同じ速度で進んで左端と右端に達する。以下、左端に光が到達したことを出来事 A、右端に光が到達したことを出来事 B と呼ぶことにする。ここで、出来事 A が起こった時刻 t_A' と出来事 B が起こった時刻 t_B' の間には $t_A'=t_B'$ の関係が成り立つことがわかる。すなわち、電車の中では出来事 A と出来事 B は同時刻に起こるのである。

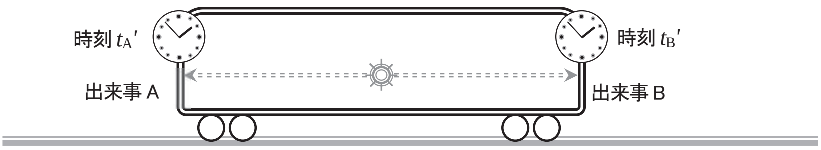


図 3.2

次に、同じ状況を地面に立っている人が観測したとしよう。光速不変の原理により、中心で光ったホタルの光はどの方向にも同じ速度 c で進む。ゆえに、図3.3の右側に進む光も左側に進む光も同じ 30万km/s の有限の速度で進む。進んでいく間に電車はわずかでも右に動くから、ホタ

ルの光は最初（時刻t_A）に電車の左端に達する。

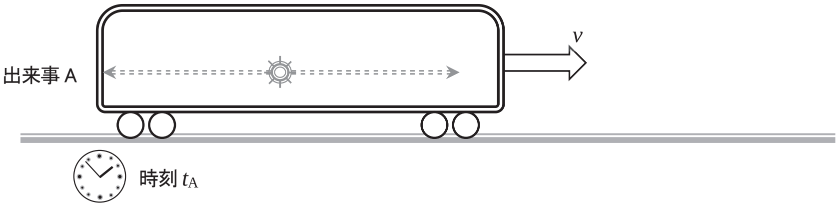


図 3.3

出来事 A が起こったとき、右側に進んでいる光はまだ電車の右端には達していないが、図3.4のようにその後（時刻 t_B）に右端に達する。

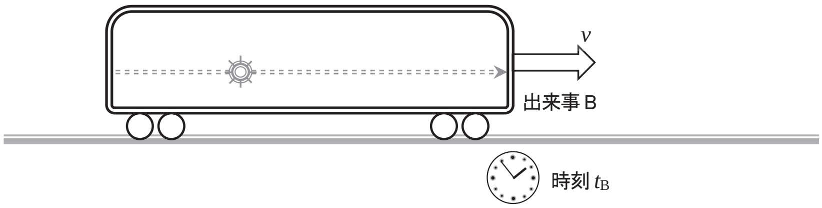


図 3.4

このことからわかるように、ホタルの光が電車の左端に達する出来事 A と右端に達する出来事 B は同時刻には起こらない。同時刻とは観測者によって変わる相対的なものである。これは同時刻の相対性と呼ばれる。このことは、地面で流れている時間と電車の中で流れている時間が異なっていることを意味している。

それぞれが起こった時刻には、$t_A < t_B$ の関係が成り立っている。この時間差 $\Delta t = t_B - t_A$ は、地面で測った電車の長さを l とすると、第一論文で示したように

$$\Delta t = \frac{vl}{c^2(1 - v^2/c^2)} \qquad ・・・（公式１）$$

となる。電車では右端と左端の時計は同時刻である。一方、地面では同じ時間に電車の右端と左端の時計の時刻はずれている。そのずれが地面の時間を基準にするとどれだけ違うのかを公式１は表している。その関係を導くために電車の中心で発せられた光は電車では同時刻に両端に届くことを利用していることに注目してほしい。

この思考実験では、電車の中心でホタルを光らせた。これがホタルではなくて、電車の中に取り付けられた電灯や地面の電柱に取り付けられた電灯[3,6]であったとしたら、結果は違うであろうか。実は、結果は変わらない。なぜなら、光速不変の原理から「光の速さは光源の運動状態に無関係」だからである。この思考実験で必要なことは、ホタルが電車の中心で光ったということである。光る前にホタルがどこからどのように来たのかは関係がない。同じ理由で、光源に電車の中に取り付けられた電灯を使おうと電柱に取り付けられた電灯を使おうと同時刻の相対性の結果に変わりはない。なぜなら、光速は光源の運動状態に関係ないからである。しかし、電車や地面に固定されている光源だと、固定されている方が基準のように感じて、相対的に考えにくいのではないだろうか。その点、ホタルはどちらにも固定されていないので、無用な誤解をすることが少なくなる。そのためこの思考実験ではホタルを使っている。

4．時間の遅れ

地面の時計と電車の時計の時刻を比べるとどのくらい異なっているのだろうか。この節ではこれを明らかにしよう。前節で示したように、地面から見ると電車の中の時計の時刻は場所によって異なるので、以下では電車の左端の時計（図4.1の二重破線内の時計）と地面の時計とを比べることにする。

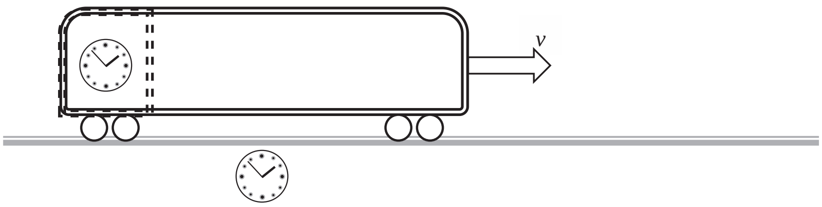


図 4.1

上図のように、列車がレールの上を速度 v でまっすぐ走っているとする。図4.2はこの電車の後部だけを取り出したものである。この電車の床で天井に向けて光が放たれたとしよう。

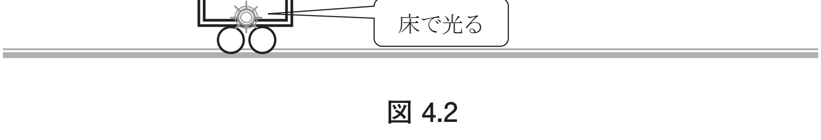


図 4.2

電車の中では光は真上（床に対して垂直上向き）に進んで、図4.3のように天井に達する。

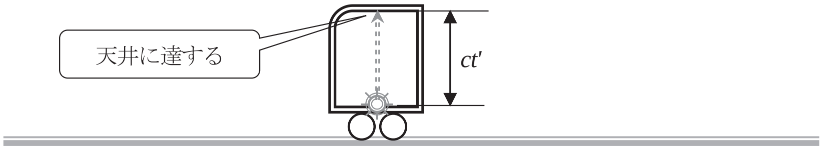


図 4.3

地面にいる人が同じ現象を見たらどうなるであろうか。光が進む間に電車はほんのわずかでも右に進むから、光は図4.4のように斜めに進みながら天井に達する。

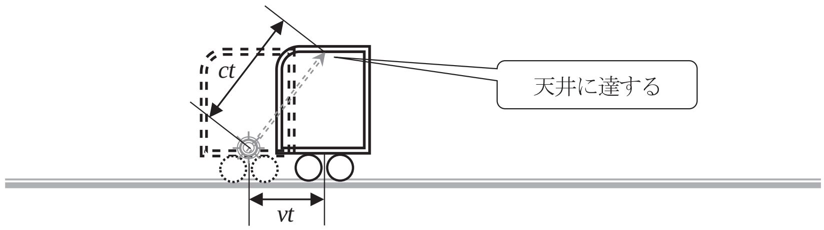


図 4.4

この電車で観測した光の道筋と地面で観測した光の道筋を一つの図に表すと、図4.5のような直角三角形が現れる。

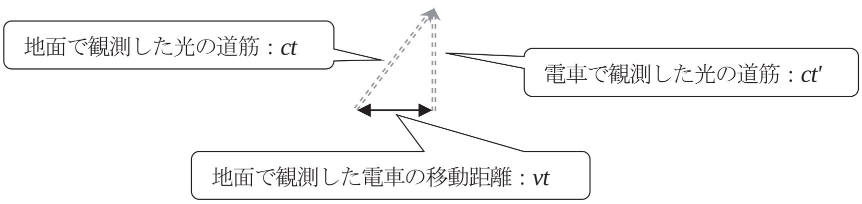


図 4.5

光速不変の原理より、電車の中で観測しても地面で観測しても光の速さは c で同じである。ゆえに、電車の中で過ぎた時間を t' とし地面で過ぎた時間を t とすると、図から $ct' < ct$ の関係が成り立つことがわかる。すなわち、$t' < t$、電車の中で流れている時間は進み方が遅いのである。さらに、電車の移動距離が vt であることと、ピタゴラスの定理を用いると t と t' の関係式が導かれる。

$$t'=\sqrt{1-v^2/c^2}\times t \quad ・・・（公式２）$$

ここで、$\sqrt{1-v^2/c^2}$ は1以下の数で、電車の速度 v が光速 c に近づくほど小さくなる。すなわち、電車の速度が光速に近づけば近づくほど電車の時計が遅れて見えることになる。これを相対性理論における時間の遅れと言う。

公式２は、電車の左端の時計と地面の時計の時刻における関係を表している。電車の右端の時計と地面の時計の時刻の関係は公式２では表せない。なぜなら、地面から見ると左端と右端の時計の時刻は異なっているからである。右端の時計との関係は６節で求める。

５．長さの縮み

第一論文で説明したように、物体の長さは同時刻にその物体の両端がどの位置にあるかで測ることができる。これを認めれば走っている電車の長さ l も地面に居ながらにして測ることができる。例えば、レールに物差しのような目盛りを付けて、図5.1のように右向きを x 軸の正の方向に取る。出来事 A が起こったとき（時刻 t_A）、左端の目盛りの値が x_1、それと同じ時刻に右端の目盛りの値が x_2であったとする。このとき、地面で測られた電車の長さは $l = x_2 - x_1$ となる。

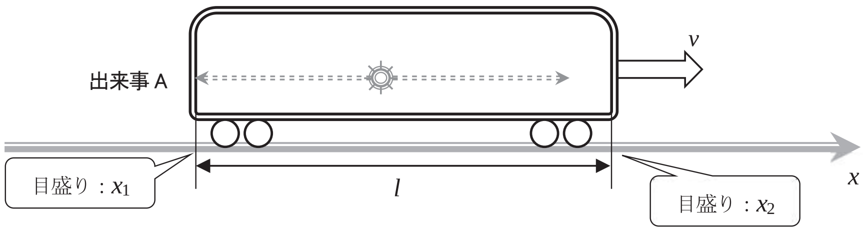


図 5.1

同様に、出来事 B が起こったとき（時刻 t_B）に左端と右端の目盛りが図5.2のようにそれぞれ x_3と x_4であったとすると、$l = x_4 - x_3$ となる。

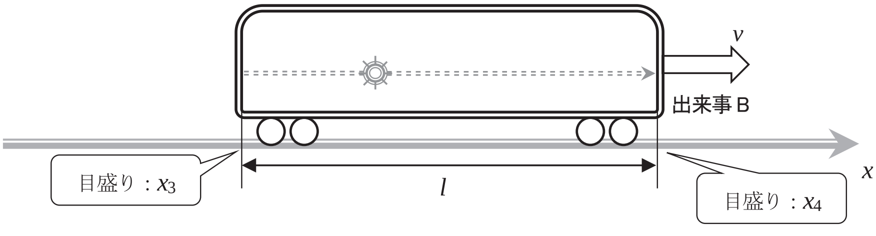


図 5.2

この状況を t-x グラフ（縦軸を時間 t に横軸を電車の位置 x に取った直交座標）に表してみよう。時刻 t_A と時刻 t_B の電車は図5.3のように表されるであろう。

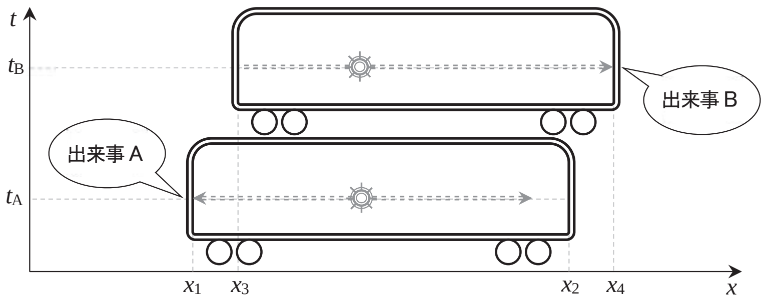


図 5.3

このグラフにおいて、出来事 A、出来事 B がそれぞれ時空上の１点 (t_A, x_1)、(t_B, x_4) で表されていることに注目してほしい。さらに、電車の図を簡略化して左端と右端だけを二重線で表すことにすると図5.4のようになる。

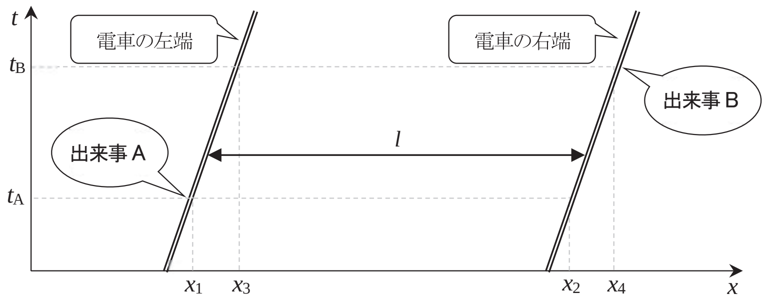


図 5.4

これらの二重線は電車の両端が時空上を動く様子を表している。２つの二重線の間の距離 l は走っている電車の長さを意味している。

図5.4のグラフを、電車に乗っている人の立場で描いたらどうなるであろうか。鍵となるのは出来事 A と出来事 B である。電車の中にいる人にとっては出来事 A と出来事 B は同時に起こっている。すなわち、出来事 A と出来事 B の間隔は電車に乗っている人にとっては電車の長さに相当する。したがって、出来事 A と出来事 B の位置をそれぞれ電車の左端と右端になるように描けばよい。ただし、グラフは横軸が長さで縦軸が時間と単位が異なるためこのグラフ上の

間隔が単純に電車の長さというわけにはいかない。イメージとしては、乗っている人にとって出来事 A と出来事 B が起こった時の電車の位置関係は図5.5のように描けるであろう。

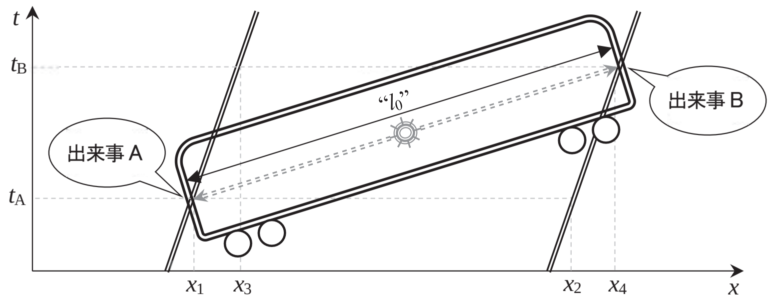


図 5.5

図5.5で “l_0” と引用符を付けたのは、グラフ上の間隔が長さの単位ではなく、あくまでもイメージ的に描いたものだからである。電車に乗っている人にとって電車は止まっているので、l_0 は止まった時の電車の長さを表している。ゆえに、これらの t-x グラフからわかるように、電車が止まっているときに測った長さ l_0 と走っているときに測った長さ l は同じにはならない。さらに、図5.4と5.5を比べると、$l_0 > l$ の関係があることが推測される。実際に関係式を導くと次のようになる。

$$l = \sqrt{1 - v^2/c^2} \times l_0 \quad ・・・（公式３）$$

前述したように、$\sqrt{1 - v^2/c^2}$ は１以下の数であるから、l は l_0 より小さな値になる。すなわち、走っている電車は縮むのである。

６．公式のまとめ

公式をまとめるにあたりまず３節の思考実験を思い出してみよう。電車の中心で発せられた光は地面から見れば図6.1のように最初に電車の左端に届く（出来事A)。

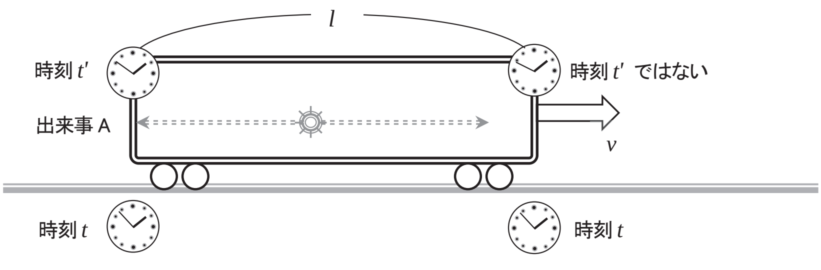


図 6.1

ここで、電車は地面に対して速度 v で右に走っている。地面で測った電車の長さは l であり、その両端に時計が取り付けられている。電車の中では光線は同時刻 t' に両端に届くが、地面から見ると先に左端に届く。このとき、地面の時計の時刻を t とすると t' と t の間に公式２の関係が成り立つ。一方、右端の時計の時刻は光線が届く前の時刻となっているので t' ではない。右端の時計が t' となるのは、図6.2のように光線が右端に届いたときである（出来事B)。

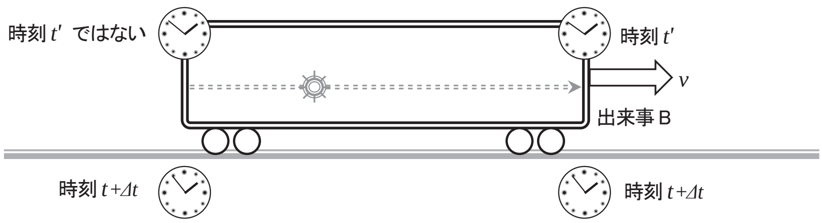


図 6.2

光線が左端に届いてから右端に届くのにかかる時間は

$$\Delta t = \frac{vl}{c^2(1 - v^2/c^2)}$$

であるから、右端の時計の時刻が t' のとき、地面の時計の時刻は $t + \Delta t$ となる。さらに公式２を用いると、右端の時計と地面の時計の時刻の関係は

$$t + \Delta t = \frac{t'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} + \frac{vl}{c^2(1 - v^2/c^2)}$$

となる。この式に、公式３

$$l = \sqrt{1 - v^2/c^2} \times l_0$$

を代入すると

$$\begin{aligned} t + \Delta t &= \frac{t'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} + \frac{v\sqrt{1 - v^2/c^2} \times l_0}{c^2(1 - v^2/c^2)} \\ &= \frac{t'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} + \frac{vl_0}{c^2\sqrt{1 - v^2/c^2}} \end{aligned}$$

となり、

$$t + \Delta t = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\left(t' + \frac{vl_0}{c^2}\right) \quad \cdots（公式４）$$

を得る。ここで、$l_0 = 0$ とすると $\Delta t = 0$ であるから、

$$t = \frac{t'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

が導かれる。これは公式２に他ならない。また、l_0 は任意に変える（いろいろな長さの電車を作る）ことができるので、公式４から電車内の任意の位置の時計と地面の時計の時刻の関係がわかる。すなわち、公式４は公式２を一般化した関係式である。

　ところで、私たちは普段の生活で時間の遅れを感じたりすることは全くない。どうしてであろうか。それは、普段の生活で体験する速度が光速に比べて極めてゆっくりだからである。例えば、時速 1000km と言えば日常ではかなり速いであろう。この速さはおよそ秒速 300m であり、これを公式の $v = 3.0\times10^2$m/s として調べてみよう。光の速さの秒速 30万km（$c = 3.0\times10^8$m/s）と比べると

$$\frac{v}{c} = \frac{3.0 \times 10^2}{3.0 \times 10^8} = \frac{1}{1.0 \times 10^6} = 1.0 \times 10^{-6}$$

となる。これは100万分の１であり１に対してかなり小さい。100万円と１円を考えてみればその小ささがわかるであろう。ところで、公式２や公式３を見てみると、１から引いている数は v と c の比ではなく、その２乗である

$$\left(\frac{v}{c}\right)^2 = 1.0 \times 10^{-6\times2} = 1.0 \times 10^{-12}$$

となる。これは10兆分の1であり、１に対してその小ささは０と言っても過言ではない。したがって、日常の生活では公式２は

$$t' = \sqrt{1 - v^2/c^2} \times t \quad \rightarrow \quad t' = t$$

となり、絶対時間を満たしている。同様に、公式３も

$$l = \sqrt{1 - v^2/c^2} \times l_0 \quad \rightarrow \quad l = l_0$$

となり、長さが縮むことはない。よって、第２節で示した速度に関するガリレイ変換は日常の生活では成り立っているのである。すなわち、日常の生活では速度の足し引きができるのである。

　逆に、v が光の速さに近づけば速度の足し引きはできなくなる。次節ではこの状況について考えてみよう。

7．速度の合成則

速度 v で走る電車の中でボールを投げる。このボールの速さを電車の中で測った場合と、地面から測った場合の関係を調べよう。

最初に電車の中でのボールの速さを求めよう。図7.1のように、時刻０のときに左端から右端に向けてボールを投げ、時刻 t' のときに右端に届いたとする。

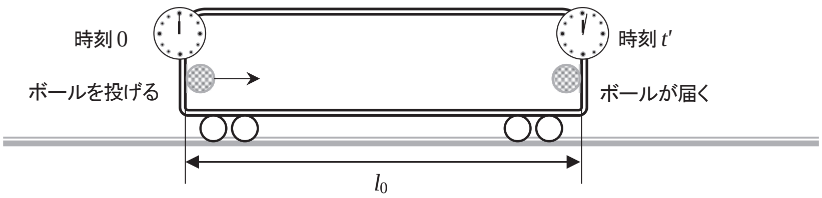


図 7.1

電車の長さ（ボールの進んだ道のり）を l_0 とすると、ボールの速さ u' は「速さは道のり÷時間」の定義から

$$u' = \frac{l_0}{t'} \qquad ・・・①$$

となる。

次に、地面から測る場合のボールの速さを求めてみよう。前節までの思考実験からわかるように電車の中の時空と地面の時空は異なっているので、電車の速度 v とボールの速度 u' をそのまま足すことはできない。走っている電車は長さが縮むので、地面からすればボールの進んだ距離は l_0 ではなく l である。

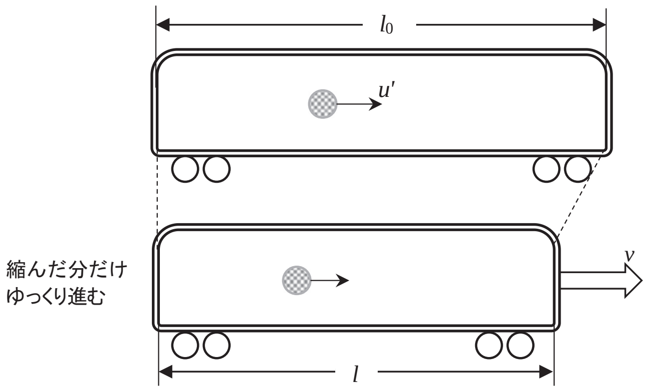


図 7.2

さらに、地面からは電車内の時間はゆっくり進むように見える。ボールが投げられて届くまでの間に、電車内では t' の時間が過ぎるが、地面では $t+\Delta t$ の時間が過ぎている（図7.3参照）。

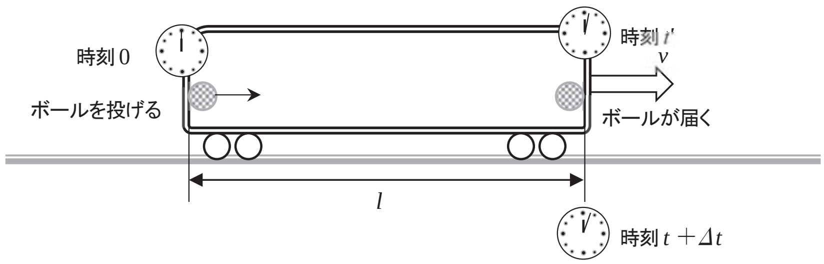


図 7.3

したがって、地面から見た電車内でのボールの速度は公式３を公式４で割ったものとなる。

$$\frac{l}{t+\Delta t}=\frac{\sqrt{1-v^2/c^2}\times l_0}{\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\left(t'+\frac{vl_0}{c^2}\right)}=\frac{(1-v^2/c^2)\times l_0}{t'+\frac{vl_0}{c^2}}$$

上の式に、①式を用いると

$$\frac{l}{t+\Delta t}=\frac{(1-v^2/c^2)\times l_0/t'}{1+\frac{v\,l_0/t'}{c^2}}=\frac{(1-v^2/c^2)\times u'}{1+\frac{vu'}{c^2}}$$

となる。この式に電車の速度 v を足したものが地面から見たボールの速度 u

$$u=v+\frac{l}{t+\Delta t}$$

であり、

$$u=v+\frac{(1-v^2/c^2)\times u'}{1+\frac{vu'}{c^2}}=\frac{(1+vu'/c^2)\times v+(1-v^2/c^2)\times u'}{1+\frac{vu'}{c^2}}$$

となり、

$$u=\frac{v+u'}{1+vu'/c^2}$$

を得る。これが、特殊相対性理論における速度の合成則の公式である。後の付録に、時間の遅れと空間の縮みの効果を分けて詳細に解説してあるので参照してほしい。

速度の合成則の公式で、v を光速にするとどうなるであろうか。$v = c$ を代入すると

$$u = \frac{c + u'}{1 + cu'/c^2} = \frac{c + u'}{1 + u'/c} = \frac{c(c + u')}{c + u'} = c$$

となる。このように、u' の速度にかかわらず u は光速となる。このことは、光の速さのものは常に光の速さであり続けることを意味している。光速不変を原理としているのだから当然の結果であるが、このことは同時に光の速さに達しないものは光の速さになることができないことも意味している。すなわち、光の速さに近づくことはできても、光の速さになることはできず、ましてや光の速さは超えられないのである。

８．おわりに

小学校で習うように、速さとは道のりを時間で割ったものである [7, 8]。この速さは相対的なものであることを私たちは知っている。地面から見て時速 50km で走っている車は、追いかける車から見れば時速 50km よりも遅く見えるし、すれ違う車からは速く見える。すなわち、速さは互いの動く速度によって異なるのである。それだけではなく、時間と空間も互いに異なる。こうなると、この宇宙に絶対的な基準はないように思えるかも知れない。しかしそれは存在していて、その一つが光速である。そして、この宇宙では生まれたその瞬間に光の速さのものは光速以外になることはできないし、光より遅いものは光速に近づくことはできても光速にはなれず、当然光速を超えることもできない。

地球から見て、宇宙船 A と宇宙船 B が共に光速に近い速さで互いに逆方向に進んでいるとしよう。宇宙船 A と宇宙船 B がすれ違う時、宇宙船 A から宇宙船 B を見ると光の速さを超えているように見えるのではないかと思われるかもしれない。しかし、この場合も光の速さは超えられないのである。地球と宇宙船 A と宇宙船 B に流れている時間は異なっている。さらに、宇宙船 A と B の長さは地球から測ったのかあるいはどの宇宙船から測ったのかで異なる。すなわち、空間も異なっているのである。もし、宇宙船 A と宇宙船 B でも地球と同じ時間が流れているとすれば、宇宙船 A から見た宇宙船 B の速度は、互いの速度を足した速度になる。実際は、道のりと時間がそれぞれ異なっているのだから、速さを足すことはできないのである。

地球における時間がどこにでも適用できるという考えが、相対性理論を誤解する理由の一つであろう。あのアイザック・ニュートンでさえ時間はいつでもどこでも同じように流れると考えていたのだから、そう考えるのはむしろ当然であろう。人類は長い間天動説を信じてきた。太陽や月、そして多くの星が東から西へ回るように動いて見えるのだから、地球を中心として天が動いていると考えるのは当然とさえ言える。しかし、詳細な観測から得られた事実は太陽の周りを地

球が回るという地動説であった。我々は、自分が体験することや目にすることがこの世界のほとんどだという錯覚に陥ることがある。しかし、我々の知っている世界は全体のごく一部でしかない。いや、ごく一部ですら知らないというのが的を射た表現であろう。

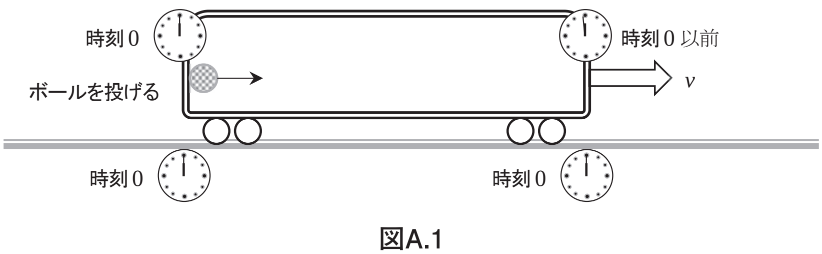
相対性理論はとても魅力的な理論である。学び始めのころはほとんど理解できないが、それを理解しようとする過程がまた魅力的である。理解できた時は爽快である。それと同時に、自身が身に着けてきた固定観念を変えることがいかに重要かを知ることとなる。普通に日常生活をする上で、相対性理論が役に立つことは皆無であろう。そうではあるが、相対性理論を理解していく思考の過程からは多くを学ぶことができる。その思考過程は日常生活においても大きなヒントを与えてくれることがある。慣れ親しんだ考えを変えることは容易ではない。たとえその考えが間違っているとしても簡単でなかろう。しかし、時間に関する決まり切った考え方を変えることによって相対性理論が理解できるようになるように、考え方を変えることによって得られることもまた多いはずである。

アインシュタインは多くの名言を残している[9,10]。その言葉から受ける印象は立場や状況によって変わってくる。特に、相対性理論を自分なりに理解した上で触れてみると、それまで思いもしなかった味わいがすることがある。相対性理論は別世界の話でもなければ机上の空論でもない。私たちの世界で起こっている現実の話なのである。

付録

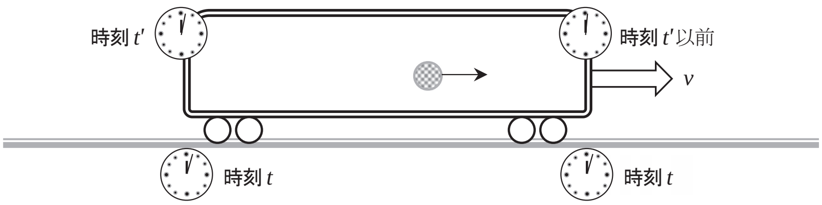
この付録では、７節で示した速度の合成についてより詳細に調べてみよう。

地面から見て電車の左端から投げられたボールが右端に届くのに要した時間を調べよう。７節と同じようにボールが投げられたときの電車の中の時計の時刻は０で、ボールが届いたときの時刻を t' とする（図7.1参照）。地面でもボールが投げられたときの時刻は０とする。このとき、地面を基準としているので、地面の時計はすべて同時刻０となっている。ここで、地面の時計と電車の時計の時刻を比べてみると、図A.1のように、電車の左端に位置する地面の時計と電車の時計の時刻は同じ０であるが、電車の右端に位置する地面の時計は０であるが電車の時計の時刻は０ではない。３節で説明したように地面から見ると電車の時計は同時刻にはならない。電車の右側の時計の方が遅れるので、時刻０以前の時間となる。



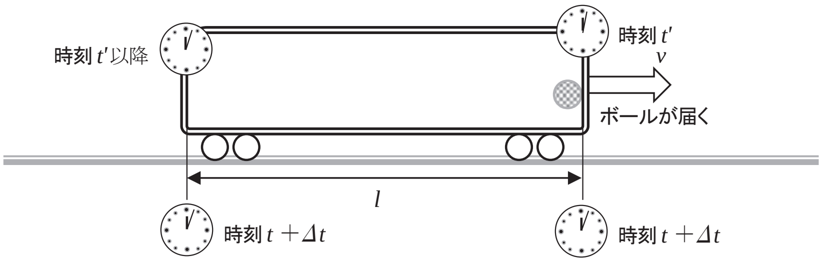
図A.1

時間が過ぎて、電車の左端の時計が t' となったとき、地面の時計は t となる。このとき、電車の右端の時計は t' 以前の時刻であるので、図A.2のようにボールはまだ到達していない。



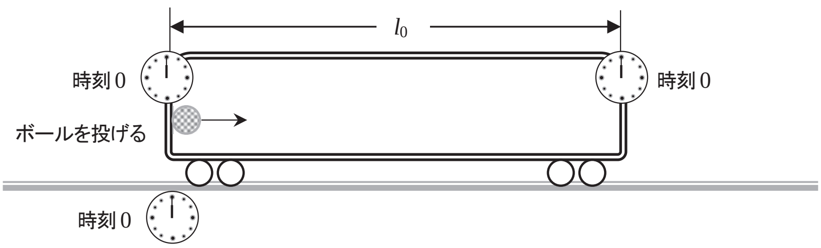
図A.2

３節で示したように、電車の左端の時計が t' になってから右端の時計が t' になるまでに地面では Δt の時間が過ぎる。ゆえに、地面から見るとボールが投げられてから届くまでにかかる時間は図A.3のように $t + \Delta t$ となる。

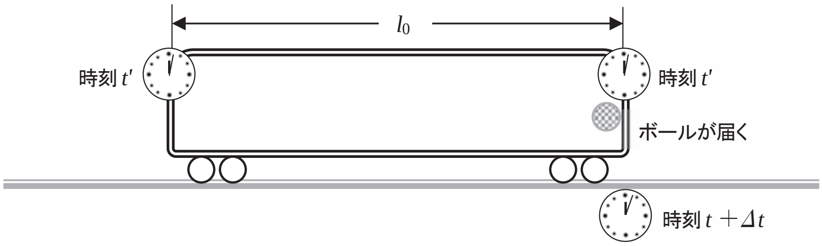


図A.3

この状況を、電車を基準にして見てみると次の図のようになる。図A.4はボールが投げられたところで、図A.5はボールが届いたところである。



図A.4



図A.5

これらの図からもわかるようにボールが投げられてから届くまでに電車の中で過ぎた時間は t' である。

以上のから、ボールが左端から右端に届くまでにかかる時間は、電車の中では t' であり、地面からは $t+\Delta t$ となる。すなわち地面からはボールが届くのにより時間がかかって見えるのである。

この割合を求めてみよう。7節の①式より $l_0=u't'$ であるから、これを公式4に代入すると

$$t+\Delta t=\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\left(t'+\frac{vu't'}{c^2}\right)$$
$$=\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\left(1+\frac{vu'}{c^2}\right)t'$$

となり、

$$\frac{t'}{t+\Delta t}=\frac{\sqrt{1-v^2/c^2}}{1+vu'/c^2} \quad \cdots ②$$

を得る。すなわち、ボールが投げられて届くまでの間に、電車内では t' の時間が過ぎるが、地面では $t+\Delta t$ の時間が過ぎている（図A.3参照)。このため、地面からは電車内の時間がゆっくり進むように見える。

次に、地面から測る場合のボールの速さを求めてみよう。前節までの思考実験からわかるように電車の中の時空と地面の時空は異なっているので、電車の速度 v とボールの速度 u' をそのまま足すことはできない。走っている電車は長さが縮むので、その縮んだ割合

$$\frac{l}{l_0}=\sqrt{1-v^2/c^2} \quad \cdots ③$$

だけ、ボールはゆっくり進むように見える（図7.2参照)。さらに、上述したように時間が遅れる割合だけゆっくり進むので、地面から見た電車内を飛ぶボールの速さ u は、

$$u = v + \frac{l}{l_0} \times \frac{t'}{t + \Delta t} \times u'$$

と電車の速度 v に電車内でのボールの速さ u' に電車の長さが縮んだ割合と時間が遅れる割合を掛けて足したものになる。これに②式と③式を代入すると

$$\begin{aligned} u &= v + \sqrt{1 - v^2/c^2} \times \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + vu'/c^2} \times u' \\ &= \frac{v(1 + vu'/c^2)}{1 + vu'/c^2} + \frac{1 - v^2/c^2}{1 + vu'/c^2} \times u' \\ &= \frac{v + v^2u'/c^2}{1 + vu'/c^2} + \frac{u' - v^2u'/c^2}{1 + vu'/c^2} \end{aligned}$$

となり、

$$u = \frac{v + u'}{1 + vu'/c^2}$$

を得る。

補注

*) 文献［3］の速度の合成編では正しい間違いとしてよくある３例の勘違いについて詳細な説明を試みている。さらに、物理学の非専門家だけでなく専門家も陥りやすい勘違いの例も紹介されている。また、同書からは専門的な文献だけでなく相対性理論を批判している文献の情報も得られる。

参考文献

［1］近藤良彦・西川哲夫、「時間はいつでもどこでも同じように進むのか」、國學院大學人間開発研究 第7号、2016年2月

［2］近藤良彦・西川哲夫、「誰にとっても時間と空間は常に同じなのか」、國學院大學人間開発研究 第8号、2017年2月

［3］松田卓也・木下篤哉、「相対論の正しい間違え方」、丸善、平成14年10月15日　第3刷発行

［4］「アインシュタイン相対性理論」、内山龍雄（訳・解説）、岩波文庫、1995年5月8日　第18刷発行

［5］A. アインシュタイン「わが相対性理論」、金子務（訳）、白揚社、1981年1月30日　第8刷発行

［6］内山龍雄、「相対性理論入門」、岩波新書、1979年2月20日　第3刷発行

［7］小学校学習指導要領、文部科学省、平成22年10月8日　第5版発行

［8］小学校学習指導要領解説　算数編、文部科学省、平成20年6月

[9]「アインシュタイン150の言葉」、ジェリー・メイヤー＆ジョン・P・ホームズ（編）、ディスカヴァー21、2003年11月15日　第32刷発行
[10] C. ゼーリッヒ、「アインシュタインの生涯」、広重徹（訳）、東京図書、1968年1月20日　第12刷発行

（こんどうよしひこ　國學院大學人間開発学部初等教育学科教授）
（にしかわてつお　了徳寺大学教養部准教授）