小学校理科における偏光板の教材性
―対応がない標本と対応がある標本の検定を組み合わせた調査―

近藤　良彦

【要旨】

生命・地球・エネルギー教育推進事業は神奈川県と國學院大學との共同事業である。その事業の一つとして、光の性質に関する提案授業が神奈川県内の小学校で２年に渡って行われた。この授業は鏡を使った実験と偏光板を使った実験とものづくりで構成される。実施に際して行ったアンケートデータを分析したところ、偏光板の使い方によって学習の効果に違いが見られた。さらに、その効果の違いには算数で学習する図形の性質と関係がある。これらの分析を行うために、対応のない標本と対応のある標本の検定を組み合わせる手法を取った。さらに、対応のある標本に対して、パラメトリック検定だけでなくノンパラメトリック検定としてウィルコクソンの符号順位和検定、及び検出力分析を行った。

【キーワード】

ものづくり　光の性質　図形の性質　ノンパラメトリック検定　検出力分析

１．はじめに

生命・地球・エネルギー教育推進事業[1]は、神奈川県と國學院大學の共同事業として実施された。この共同事業では、小学生が将来にわたり環境問題やエネルギー問題に関心をもち、実験を通して課題を解決する資質を身につけられるよう、授業の開発と小学校への提案を行うことを目的とした。提案授業には、生命に関する分野、地球に関する分野とエネルギーに関する分野においておのおの２つずつ計６つのテーマがあり、平成25年度と平成26年度の２年に渡って行われた。

この事業のエネルギー分野の一つが光の性質[2]をテーマとした提案授業である。その授業は、鏡を使った実験と偏光板を使った実験とものづくりという内容で行われた。１年目のものづくりの授業は、偏光板を斜めに切って組み合わせるものであった。これは、正方形では組み合わせ方がわかりにくいために施した工夫である。先行研究[3]で、この授業について詳細に分析を行った結果、ものづくりに何らかの問題があることがわかった。その一つが偏光板を斜めに切ったことでたすき掛けのような意図しない組み合わせができてしまうことである。２年目では、それを改善するために、偏光板を長方形で少し大きめにして、それらを組み合わせるように変更した。本研究では、提案授業の事前と事後に取ったアンケートデータを使って１年目と２年目の授業を比較分析し、その結果が意味することを明らかにする。

ところで、１年目と２年目のクラスそれぞれで内容を変更した授業の効果をどのようにして比較すればよいであろうか。当然、１年目と２年目の群には対応がない。たとえ差が出たとしても授業の違いが反映していると単純に判断できるとは限らない。そこで、それぞれの群から得られたデータに統計学を用いた分析をして、それぞれの母集団の性質を調べる。それによって明らかになった対応関係を基にして授業の効果を比較する。さらに、データを詳細に分析して、どの部分の変更が効果の違いに反映しているのかを明らかにする。

第２節では、教材の分析を行って１年目から２年目で改良した内容と、偏光板を使った実験とものづくりについて説明する。第３節では事前と事後に取ったアンケートの分析をする。ここで、１年目と２年目のデータを比較するために、F検定とt検定を利用する。さらに、符号順位和検定と検出力分析を行って対応のある標本から得られる有意差について調べる。第４節では教材性について考察し、第５節で偏光板の教材としての可能性と調査のために行った統計的な手法について述べる。

２．偏光板を活用した提案授業

偏光板を使ったものづくりとして「不思議な箱」と呼ばれるものがある。図２.１はその箱の写真である。図２.１ａの箱の中に見える黒い壁は、右の箱を側面から見た図２.１ｂの写真からわかるように存在しない。[3]

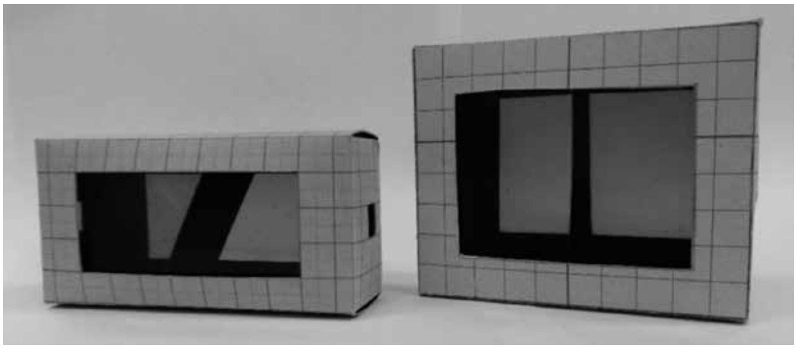


図２.１ａ　不思議な箱（左が１年目、右が２年目）

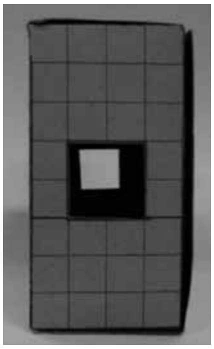


図２.１ｂ

このようなものを作り出せる理由は、図２.２のように偏光板の光を通したり通さなかったりする性質にある。図2.2ａは偏光軸を同じにして重ねた様子で重なった部分も透けて見える。図2.2ｂは右側の偏光板を90度回転させて重ねた様子で、重なった部分が光を遮って黒くなっている。この性質よってバーチャルな壁を作り出すことができる。

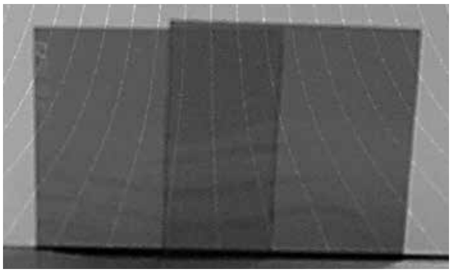


図２.２a

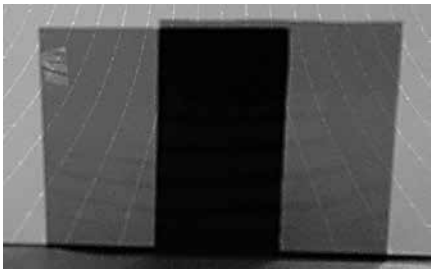


図２.２b

２.１　教材の改良

生命・地球・エネルギー教育推進事業[1]の１年目では、小学校三年生に対して偏光板を使った実験を行い黒い壁ができる組み合わせを見つけて、その結果を基に不思議な箱を作る授業を試みた。ここで、三年生の児童ができるようにいくつかの工夫を施した。その一つが、正方形の偏光板では90度回転させても違いが分かり難いので、４cm × ８cmの長方形の偏光板を斜めに切って台形にした。台形の偏光板では図２.３のように２種類の不思議な箱ができる。図２.３aは目的としている箱で表と裏の偏光板の断面が平行になっている。図２.３bは裏面の偏光板の上下を入れ替えたものに相当していて、壁がたすき掛けのようになって見える。

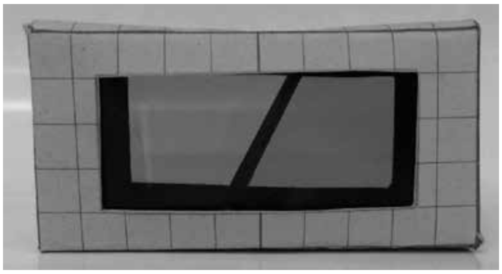


図２.３a

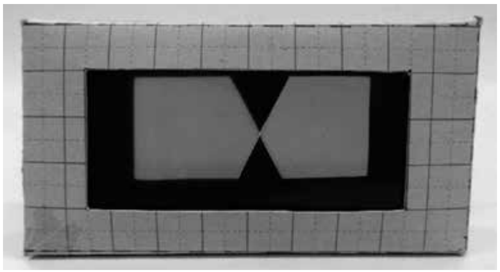


図２.３b

上述の不思議な箱を作る授業は、１年目の綾瀬市内の小学校の第三学年３クラスに対して行われた。その結果、図２.３bのような箱を作る児童がおり、その顔は明らかに冴えていなかった。また、斜めに切ったものを重ねるということが難しいのか、思いのほか作るのに時間がかかる児童も見られた。そこで、２年目ではこの教材の改良を試みた。

まず、偏光板を図２.４のように台形から長方形に変えた。さらに、偏光板をテープで貼るときに少し扱いづらそうに見えたため、偏光板を２枚重ねた大きさを１年目の８cm × ４cmから２年目では８cm × ６cmと大きくした。

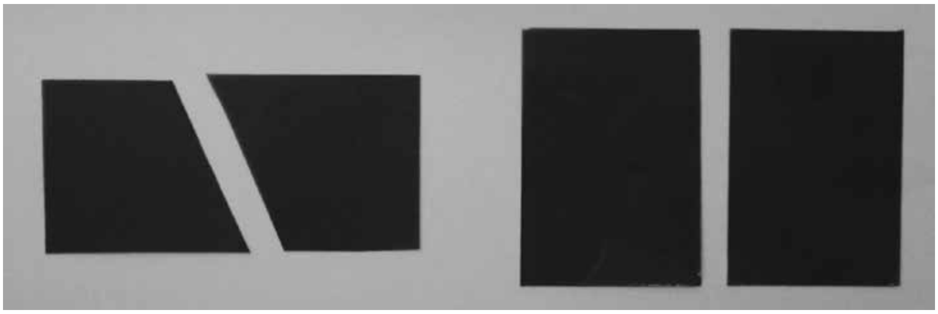


図２.４　左側が１年目で使用した台形の偏光板、右側が２年目で使用した長方形の偏光板

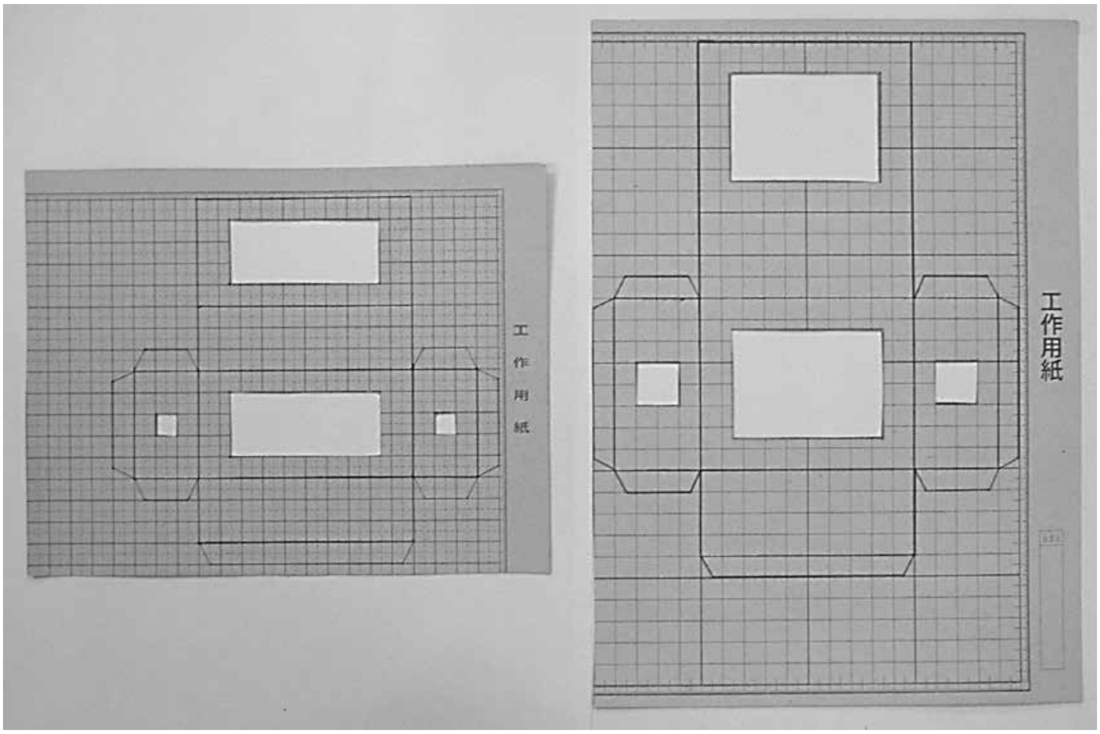
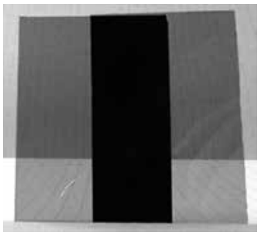
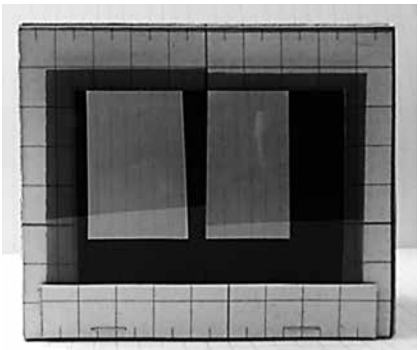


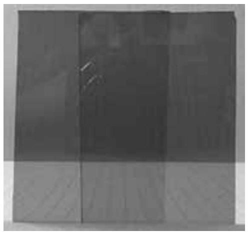
図２.５　図面を書いた工作用紙（左が１年目、右が２年目）

これに伴い、図２.５のように箱の図面のサイズも大きくした。ここで、箱の両側の穴も１cm 角から２cm 角へと大きくして、指が入るようにした。これによって、黒い壁に触る（触れない）ことで確かめることができる。



隣り合う偏光板を重ねる





向かい合う偏光板を重ねる

図２.６　箱の下側に溝があり、外から偏光板を付け外しできる実験器具（２年目の例）

２.２　授業の実践

提案授業の１回目は鏡を使った実験で、２回目は偏光板を使った実験とものづくりである。２回目の授業では、最初に、偏光板がどんなものであるか光の性質を交えながら説明する。そして、事前に作成した演示用の不思議な箱を取り出す。箱に棒などを通して中央の黒い壁を通り抜ける手品を見せる。さらに、この箱を各班に渡して子どもたちに体験させる。次に、図２.６のように４枚の偏光板を自由に取り外しできる箱を用意し、いろいろな組み合わせを試してみる。この実験を行って、中央に黒い壁ができる組み合わせを見つける。組み合わせが見つかったら、隣り合う右と左の偏光板を重ねるとどうなるか、向かい合う前と後の偏光板を重ねるとどうなるかを確かめる。結果は、隣り合う偏光板を重ねると図２.６左側のように光を通さない（黒く見える）、向かい合う偏光板を重ねると右側のように光を通す（透けて見える）となる。実験が出来たら、見つけ出した組み合わせについて配布されたワークシートにまとめる。この結果を班ごとに発表する。すべての班で同じ結果が得られることがわかれば、黒い壁ができる偏光板の組み合わせに同じ規則（普遍性）があることがわかる。ここまでの授業時間はおよそ30分である。

ものづくりの授業では、最初に、実験で見つけた偏光板の組み合わせ方についてクラス全員で確認する。必要な材料は、４枚の偏光板（偏光軸が縦２枚と横２枚）、ガイドラインを引いて窓を開けた工作用紙とセロハンテープである。必要な道具はハサミ、工作マット、定規と押しピンである。定規と押しピンは工作用紙を切ったり折ったりしやすいように、ガイドラインに跡を付けたり角に穴を開けたりすることに使う[3]。工作用紙が配布されたら、各児童が箱の部分に自分の名前を書く。ガイドラインに沿って周囲をハサミで切り落としたら、偏光板を配布する。見つけた組み合わせ通りに箱の内側に偏光板をセロテープで貼り付ける。工作用紙を箱の形に折って、黒い壁ができているかを確認する。箱の外側にセロハンテープを貼って留めれば不思議な箱の完成である。図２.７は工作用紙に描いた２年目のガイドラインの図面である。窓を開けた部分は図２.５の写真のようである。図２.１の写真が完成した不思議な箱である。ものづくりの授

業時間はおよそ１時間となった。

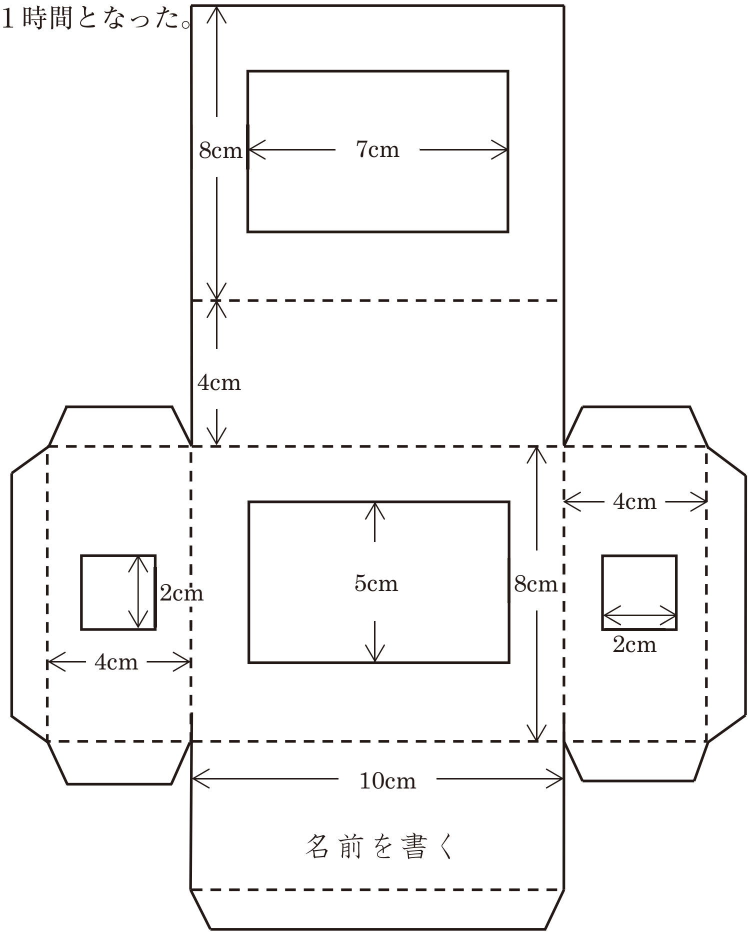


図２.７　２年目のものづくりをしたときの箱の図面

３．アンケートの結果と分析

　神奈川県と國學院大學の共同事業である生命･地球･エネルギー教育推進事業[1]は平成25年（１年目）と平成26年（２年目）に行われた。１年目の綾瀬市内の小学校で行った提案授業では、斜めに切った台形の偏光板を組み合わせる実験とものづくりであった。２年目の神奈川県足柄上郡内の小学校で行った提案授業では改良した長方形の偏光板を組み合わせる実験とものづくりである。１年目と２年目のどちらの小学校も３クラスの第三学年の児童に対して実施した。児童数は１年目が98名、２年目が83名である。提案授業全体は鏡を使った実験と偏光板を使った実験とものづくりで構成される。最初（１回目）に鏡を使った実験を45分授業１回で行い、後日（２回目）に偏光板を使った実験とものづくりを45分授業２回連続で行う。

　事前のアンケートは最初の授業が行われる以前にクラス担任を通して行ってもらい、事後のア

ンケートはものづくりの授業の後で同様にクラス担任を通して行ってもらった。事前のアンケートの回答者数は１年目が94件、２年目が83件、事後のアンケートの回答者数は１年目が90件で、２年目が78件である。アンケートのすべての項目に回答している児童は１年目が84名、２年目77名となった。

アンケートの設問内容は表３.１にまとめられている。各項目には、「ほとんどあてはまる」を「6」、「だいたいあてはまる」を「5」、「すこしあてはまる」を「4」、「あまりあてはまらない」を「3」、「ほとんどあてはまらない」を「2」、「全くあてはまらない」を「1」の順序尺度の中から１つを選んで答えることになっている。表３.２に各項目においてそれぞれの尺度に回答した人数をまとめた。

表３.１a　事前に行ったアンケートの設問

項目	事前アンケートの設問内容
1	理科の授業（実験や観察）は、好きだ。
2	ふだんの理科の授業は、楽しく学んでいる。
3	理科は、自分にとって役に立つ勉強だ。
4	かがみをつかって手品やふしぎなことができることを知っている。
5	へんこうばんについて知っている。
6	ふだんから、物事にぎもんを感じたり、ふしぎに感じたりすることが多い。

表３.１b　事後に行ったアンケートの設問

項目	事後アンケートの設問内容
1	理科の授業（実験や観察）は、好きだ。
2	今回の理科の授業は、楽しく学ぶことができた。
3	理科は、自分にとって役に立つ勉強だ。
4	かがみをつかって手品やふしぎなことができることを知りたくなった。
5	へんこうばんについてよりきょうみをもった。
6	今回の内容を、もっと自分で調べたい。

表３.２a　１年目の事前アンケートの回答数

尺度	項目１	項目２	項目３	項目４	項目５	項目６
1	1	0	2	28	40	11
2	0	2	2	4	12	4
3	2	5	7	6	10	5
4	11	10	16	12	10	17
5	18	28	16	14	7	22
6	52	39	41	20	5	25

アンケートの分析に入る前に、対象となる群の関係を明確にしておこう。データは１年目と２年目の小学校のそれぞれの群から得られた。分析に使用するサンプル（標本）は事前と事後に同じ児童がアンケートのすべての項目に答えた対応のある標本だけに限った。当然、１年目と２年目の標本の間には対応がない。この関係を図３.１に模式化した。

表３.２ｂ　１年目の事後アンケートの回答数

尺度	項目１	項目２	項目３	項目４	項目５	項目６
1	2	1	1	2	3	3
2	1	0	1	2	0	3
3	2	0	5	1	4	8
4	5	6	10	4	5	9
5	13	9	18	9	9	12
6	61	68	49	66	63	49

表３.２ｃ　２年目の事前アンケートの回答数

尺度	項目１	項目２	項目３	項目４	項目５	項目６
1	2	0	1	17	33	4
2	2	2	4	7	13	3
3	0	1	5	9	8	12
4	6	7	8	13	14	15
5	20	20	22	16	7	17
6	47	47	37	15	2	26

表３.２ｄ　２年目の事後アンケートの回答数

尺度	項目１	項目２	項目３	項目４	項目５	項目６
1	1	0	0	3	0	3
2	0	0	1	0	0	3
3	2	1	2	0	1	2
4	3	1	10	3	5	5
5	8	4	20	6	7	28
6	63	71	44	65	64	36

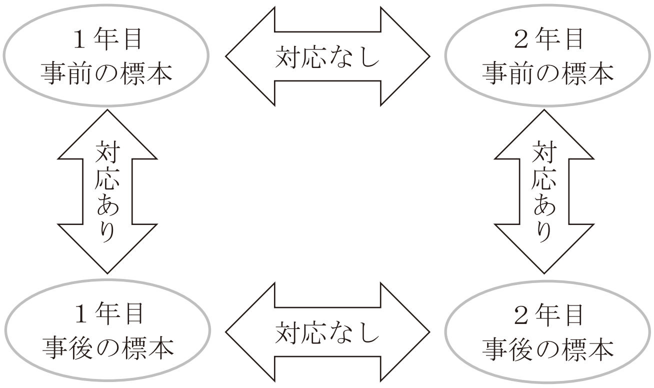


図３.１　標本間の対応関係

これらの標本から推測しようとしている母集団について考えよう。この調査では神奈川県内の異なる小学校を対象にしているため、少なくとも両者を含む程度の母集団を考える必要がある。さらに、１年目と２年目で得られたデータを比較するが、小学生本来の平均的な性質はほとんど変わらないとすれば、母集団が大きければ大きいほど分散（散らばりの度合いを表す量）や平均の差は小さくなる。究極的には全国の小学校三年生を母集団にすれば十分で、そのような大きな母集団であれば１年目と２年目で分散や平均などの性質にほとんど差がなく同一の母集団であると考えて差し支えない。

これから標本に統計的な分析をして母集団の性質を推測しよう。そのために検定を行うが、ここで「有意確率」についておさらいしたい。１つの母集団から任意に２つの標本を取り出して比べたとき、各々の分散や平均が一致するとは限らない。例えば、７万人の児童から70人ずつ２標本を取り出したとき、各々の身長や体重の平均値が一致することはほとんどなくある程度の差が生じる。では、どの程度の差ができ得るものなのか。この差が現れる確率が有意確率である。すなわち、有意確率とは同じ母集団から２つの標本を取り出して差を比べたときにそれ以上の差が偶然に現れる確率である。ゆえに、差が大きいほど有意確率は小さくなる。これを利用すると２つの標本を比べてその有意確率があまりに小さければ同じ母集団でなく異なる母集団の標本であると判断できるようになる。この判断をする基準となる値が有意水準で、通常５％が使われる。このとき有意確率が５％未満であると同じ母集団から取り出された標本とは見なされない。

３.１　パラメトリック検定

ここから統計的な分析を行う。最初に、６段階の各尺度間の差がすべて同じ１であると考えて比べて見る。すなわち、「全くあてはまらない」から「ほとんどあてはまる」に付けた順序尺度１から６の数字がそのまま数値として扱えるとする。算出の結果、平均値と標準偏差（分散の正の平方根）は表３.３の値となる。これにより母集団が数学的に取り扱える分布に従うと考えて、

パラメトリック検定であるF検定とt検定を行う。

表３.３a　事前の標本の平均値と標準偏差

事前	１年目		２年目		平均値の差	標準偏差の比
項目	平均値	標準偏差	平均値	標準偏差		
1	5.393	0.9445	5.351	1.109	−0.04	1.17
2	5.155	1.012	5.416	0.9083	0.26	0.90
3	4.964	1.275	5.039	1.240	0.07	0.97
4	3.476	2.039	3.636	1.835	0.16	0.90
5	2.369	1.634	2.416	1.533	0.05	0.94
6	4.310	1.679	4.506	1.457	0.20	0.87

表３.３b　事後の標本の平均値と標準偏差

事前	１年目		２年目		平均値の差	標準偏差の比
項目	平均値	標準偏差	平均値	標準偏差		
1	5.488	1.070	5.675	0.8498	0.19	0.79
2	5.690	0.7758	5.883	0.4581	0.19	0.59
3	5.262	1.088	5.351	0.8998	0.09	0.83
4	5.548	1.091	5.649	1.048	0.10	0.96
5	5.452	1.176	5.740	0.6367	0.29	0.54
6	5.036	1.409	5.078	1.275	0.04	0.90

最初に、１年目と２年目の母集団の分散（母分散）について調べるためにF検定を行う。この検定方法では、２つの標本の分散の比を基にして有意確率が出される。有意確率の結果は表３.４にまとめられている。

表３.４　１年目と２年目の標本のF検定による有意確率

	項目１	項目２	項目３	項目４	項目５	項目６
事前	0.076	0.17	0.40	0.18	0.29	0.11
事後	0.021	0.000	0.047	0.36	0.000	0.19

この有意確率は母分散に差がないと仮定したときに、少なくとも標本のような差の分散のデータが偶然に現れる確率を表している。各項目の有意確率を見ると、事前で最も小さな値は0.076である。この値は、１年目と２年目の母分散に差がないと仮定したとき、今回の標本が得られる確率が7.6％であることを意味する。この数値は５％以上、つまり、20回に１回以上の確率で起こり得るので、異なる母集団から取り出された標本とは判断されない。事前の他の項目はさらに高

い確率で起こり得るので、同じ母集団から取り出された可能性がより捨てられない。一方、事後の有意確率は、項目２と５は0.1％未満で、２つの標本は異なる母集団から取り出されたと判断される。さらに、項目１と３も５％未満である。このように、表３.３ｂの項目１、２、３と５の標準偏差には有意な差がある。他方、項目４と６には有意な差は見られない。特に、項目４の有意確率は36％であり、これが鏡に関する設問であることは注目すべきである。

次に、１年目と２年目の母集団の平均（母平均）について検定を行う。事前のすべての項目と事後の項目４と６には、F検定で分散に有意な差がなかったので、１年目と２年目で分散が等しい（等分散である）としてt検定を両側検定で行う。事後の１、２、３と５には、ウェルチのt検定（不等分散のt検定）を行う。t検定では、２つの標本から得られる平均値の差の分散を基にして有意確率が出される。結果は表３.５である。

表３.５　t検定による有意確率（#はウェルチのt検定による）

	項目１	項目２	項目３	項目４	項目５	項目６
事前	0.79	0.088	0.71	0.60	0.85	0.43
事後	0.22#	0.055#	0.57#	0.55	0.053#	0.84

表３.５から、有意確率が５％未満のものはない。ただし、項目６を除いて事前より事後の方が確率は小さく、項目２と５は５％程度である。特に、項目５は事前と事後で値が極端に変化している。設問は異なるが、これらが偏光板に関する内容であることは注目すべきである。

以上の１年目と２年目の対応のない標本の検定結果から、事前のアンケートには有意な差がなく、事後のアンケートには半数以上の項目で少なくとも分散に有意な差があることがわかる。提案授業の内容は児童にとって未知の体験であるため、授業に対する児童の反応は小学校が異なっていても大きな違いはないと考えられる。その意味で、授業前の１年目および２年目の標本は、小学校三年生という大きな母集団から取り出された状態であると予想される。授業後は、教材が異なるため、１年目および２年目のクラスに対する教育効果に差異が生じ、異なる母集団となると予想される。実際、対応のない標本の検定結果はこれら２つの予想と矛盾していない。

これから提案授業の影響を明らかにするために、以上の分析結果と矛盾しない図３.２のようなモデルを考える。事前の母集団は同一と見なせる。事後の母集団は異なっており、その原因は１年目と２年目の提案授業の違いに起因する。このモデルに則って提案授業の影響を調査しよう。アンケートから調査可能なのは、事前と事後で同じである項目１と３である。事前と事後のサンプルはペアとなっているので、対応があるt検定を両側検定で行うことにする。上述のモデルを仮定すれば、提案授業の影響がないときは、事前と事後の母平均に差が出ないので、t検定を行えば有意確率は５％以上になると考えられる。逆に５％未満になれば何らかの影響があったと判断される。検定の結果は次の表３.６にまとめられている。ここで、検定統計量、有意確率、事

後と事前の差の標準偏差を載せた。

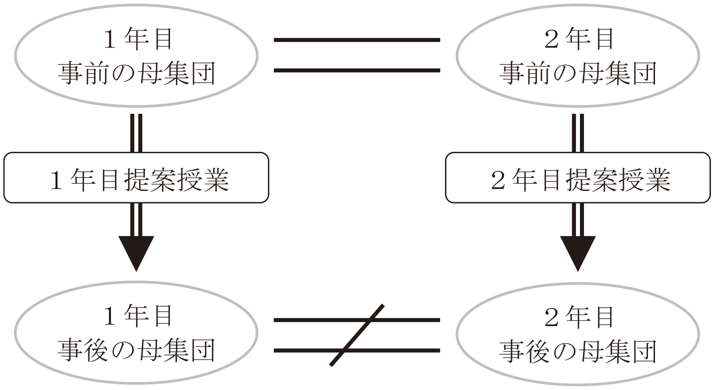


図３.２　母集団に立てたモデル

表３.６　t 検定における検定統計量（t 値）、有意確率（p 値）と差の標準偏差（s_d）

項目	１年目			２年目		
	統計量	有意確率	標準偏差	統計量	有意確率	標準偏差
1	0.703	0.48	1.238	2.49	0.014	1.129
3	2.22	0.028	1.220	2.13	0.034	1.270

１年目の項目１の有意確率はかなり大きく、提案授業の影響は観測できない。これは、提案授業が「理科の授業は好き」ということに影響を与えたと判断することができないことを意味する。一方で、項目３は５％とよりも小さい。すなわち、提案授業が「理科は自分にとって役に立つ勉強だ」ということに影響を与えたと判断できる。２年目の場合は項目１も項目３も提案授業の影響があったと判断される。

３.２　ノンパラメトリック検定

上述の検定では６段階の尺度における間隔が同程度であると考えて検定を行った。しかしながら、幅が同程度と仮定できないことも考えられる。ただし、肯定的から否定的な尺度として「６＞５＞４＞３＞２＞１」という順序関係は担保されている。この順序の差（事後－事前）でヒストグラムを描くと図３.３のようになる。破線は標準正規分布で、上段の横軸はその目盛である。縦軸は左側が人数を右側が正規分布の目盛りを表している。

図３.３の１年目と２年目の項目１と項目３の４つのヒストグラムはすべて０よりも大きい方向に偏りがあって肯定的な回答が増えているように見える。特に、２年目の項目１は顕著である。１年目は標準正規分布に比較的近い。項目３は１年目と２年目で傾向が同じようであり、グラフの形はよく似ている。しかし、これらは見た目による主観的とも言える判断である。より客観的

に判断するために、対応があるノンパラメトリック検定の一つであるウィルコクソンによって開発された符号順位和検定[4,5]を両側検定で行う。この検定方法では、事前と事後の順位の差を基にしてその大小関係から分布の重なり具合を検討して有意確率が出される[1)]。結果は表３.７のようになる。ここで、Nは差がないデータを除いたサンプルサイズ、Tは検定統計量、Zは正規分布の確率変数、Pは有意確率である。

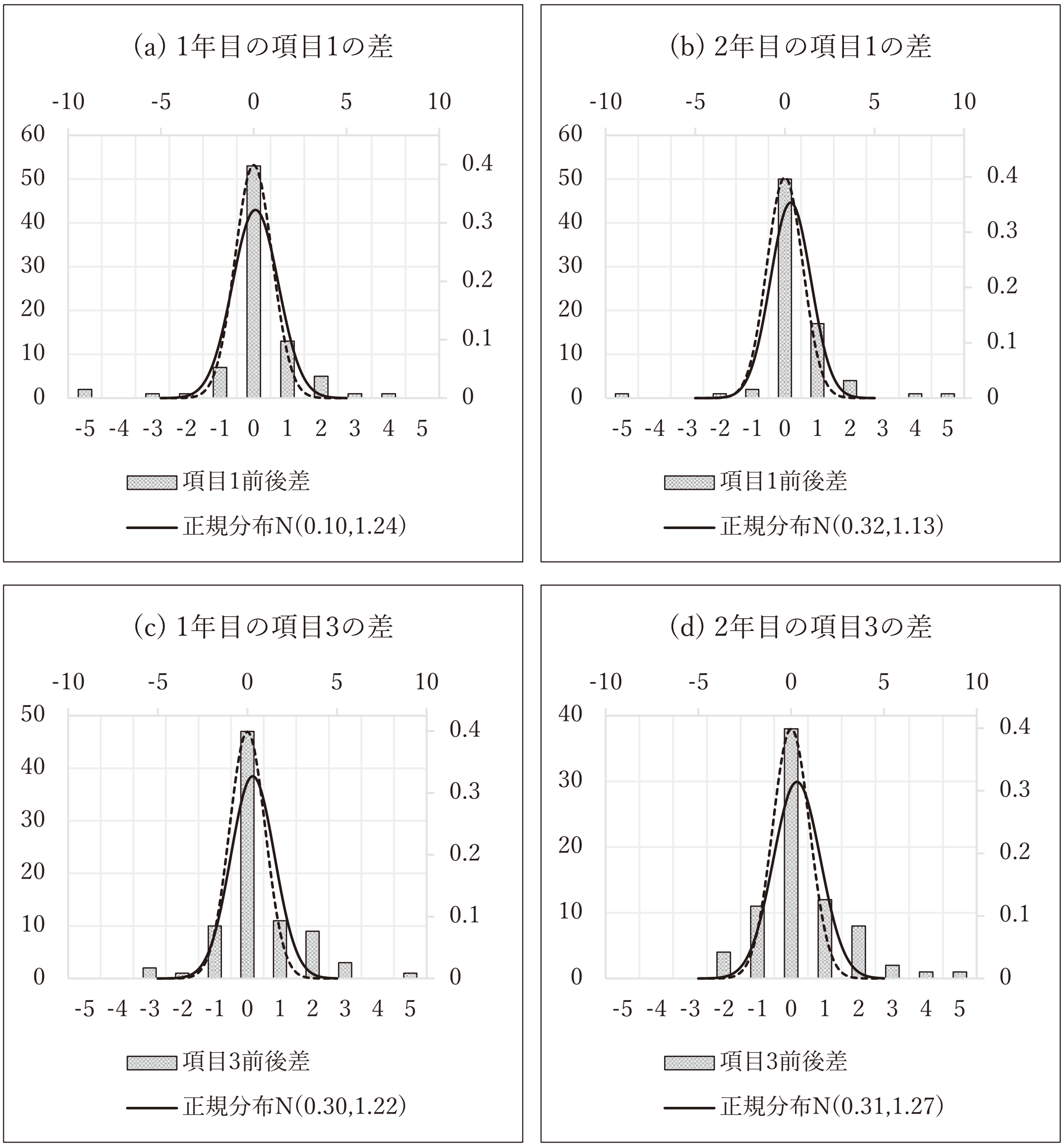


図３.３　事後の順序尺度から事前の順序尺度を引いた差のヒストグラム。破線は標準正規分布、実線は平均値が μ ($\overline{d}$)、標準偏差が σ (s_d) の正規分布 $N(\mu, \sigma)$ で、上段の横軸はその目盛を表す。

表３.７　符号順位和検定の結果。サンプルサイズ：N、検定統計量：T、正規分布のz値：Z、有意確率：P。

項目	１年目				２年目			
	N	T	Z	P	N	T	Z	P
1	31	125	1.225	0.22	27	241	2.895	0.004
3	37	294	2.218	0.027	39	280	1.954	0.051

１年目の項目１の有意確率は５％よりもかなり大きく、有意な差はないと判断される。一方、２年目の項目１では有意確率は１％未満で明らかに有意な差がある。これらは、t検定の結果と同様である。項目３では、１年目は有意な差があるが、２年目は有意な差がないとの判断となる。

以上の分析をまとめると表３.８となる。１年目の項目１では有意な差はなく、２年目には有意な差が見られる。すなわち、理科の授業が好きになることに関して１年目の提案授業では肯定的な反応は観測できないが、２年目の授業では明らかに肯定的な反応が表れている。項目３に関しては、１年目は有意差があり、２年目はt検定では有意差が見られたが、符号順位和検定では見られなかった。これは、少なくとも１年目の提案授業では「理科は役に立つ勉強である」に対して、事前と事後に有意な差があることを意味している。

表３.８　差の平均値：$\bar{d}$、t検定の有意確率：p値、符号順位和検定の有意確率：P。
*：５％水準で有意差がある値、**：１％水準で有意差がある値。

項目	１年目			２年目		
	$\bar{d}$	p値	P	$\bar{d}$	p値	P
1	0.09524	0.48	0.22	0.3247	0.014*	0.004**
3	0.2976	0.028*	0.027*	0.3117	0.034*	0.051

３.３　検出力分析

提案授業の影響は、１年目は項目１にはなく項目３にはあり、２年目はどちらにも影響があることがわかった。図３.４は、１年目と２年目の項目１と３のt分布の様子である。点線は事前のt分布で、平均値を０にしてあり左右対称となっている。有意差があるとき事後の分布はこのt分布とは異なり、平均値は０からずれて左右非対称な分布となる。これは提案授業を受けた影響で標本の分布が変化したと解釈でき、その度合いは標本効果量（効果量）に現れる。図３.４には、それを表す非心t分布[6]を実線で重ねてある。塗りつぶされた部分が事前の棄却域にある事後の分布の領域である。この棄却域にある事後の分布の面積が大きければ、それだけ有意差があるとの判断が正しい確率は大きくなる。この確率は「検出力」と呼ばれている。この分析の結果は表３.９にまとめられている。効果量は、データの散らばりの度合いに対する平均値の差の相対的

な大きさを示す値である。ここでは、事前と事後の平均値の差をペアごとの差の標準偏差で割って求められている[2)]。

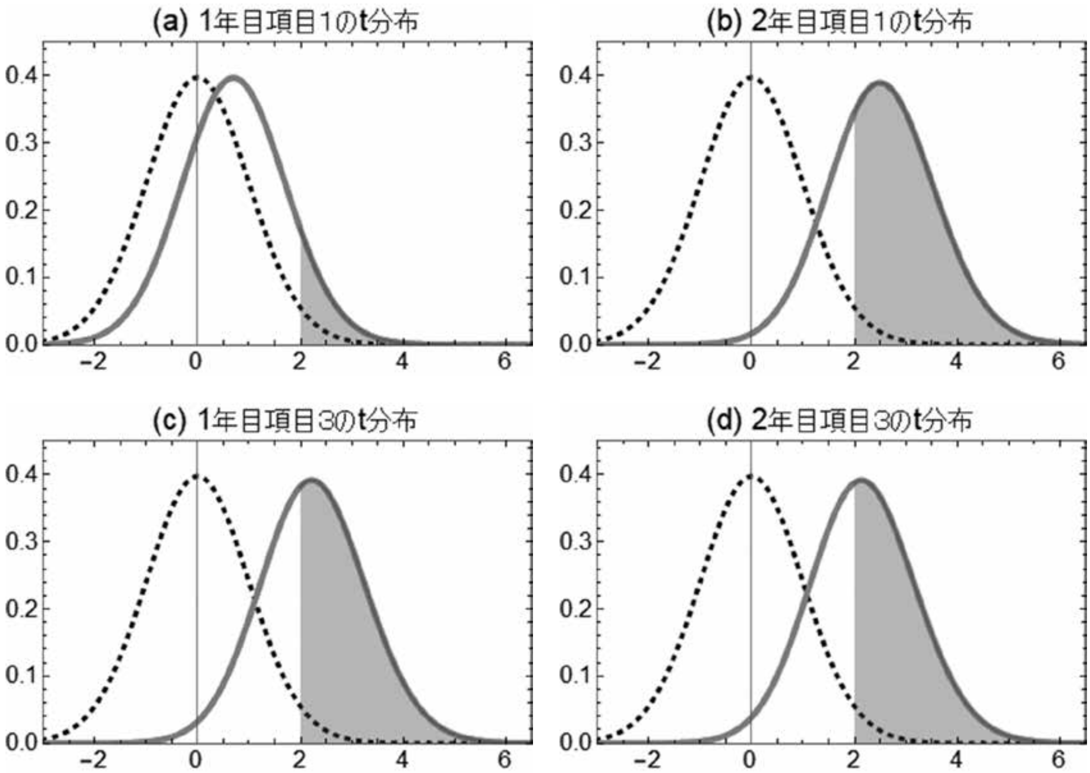


図３.４　事前のt分布（破線）に事後の非心t分布（実線）を重ねた。塗りつぶされた面積が検出力を表している。事前の棄却域にある事後の分布が多いほど有意差があるとの判断が正しい確率が大きくなる。

表３.９　対応あるt検定における標本効果量（d_z）、検出力（1- β）と相関係数（r）

項目	１年目			２年目		
	効果量	検出力	相関係数	効果量	検出力	相関係数
1	0.0767	0.11	0.2491	0.287	0.70	0.3596
3	0.244	0.60	0.4759	0.246	0.57	0.3296

サンプルサイズを設計するとき、検出力は通常0.8（80％）に設定することが多い。結果はそれよりも小さいが、１年目の項目１を除いて0.5より大きいので、正しく判断できている確率は50％を超えている。検出力は有意水準と関係しており、一方を厳しくすれば他方は甘くなる。１年目の項目１で検出力が50％以上になるような有意水準は38％であるが、３回に１回以上の割合

で起こることを稀に起こること（棄却すること）にはできない。他に検出力を上げるにはサンプルサイズ（回答数）を増やせばよいが、それはできないことである。ただし、サンプルサイズを大きくして出てくる有意差は一般的に小さなものである。ゆえに、少なくとも、項目１について１年目は有意な差がなく（あっても小さく）、２年目は有意な差があるという結論は変わらない[3)]。

ここまでの分析では図３.２のモデルを仮定している。もちろん、このモデルが成り立たないことも考えられる。なぜなら、有意確率が高くても事前の１年目と２年目の母集団に差がないと断定することはできないからである。しかしながら、６つの項目すべてで差があると判断されないこと、それもF検定とt検定の両方でそうなることは、事前の２つの母集団の性質が似ていないほど起こる確率は低くなる。ゆえに、同一とは言えないまでも、これまでの分析が成立する程度に似ている可能性は十分にある。

４．教材性の考察

対応がない標本と対応がある標本の検定を組み合わせた分析から、１年目と２年目の提案授業の効果が明らかになってきた。前節の分析結果から、１年目の項目１の事前と事後には有意な差がなく、２年目には有意な差があることがわかる。項目３には１年目も２年目も同程度の差があることがわかる。これは、提案授業は「理科は役に立つ勉強だ」という学びの大切さを伝えることに一定の効果があることを意味している。通常、不思議な箱のようなものづくりを行えば楽しさが増し、その結果として授業が好きになると考えられる。実際、項目２の事前「ふだんの理科の授業は楽しく学んでいる」と事後「今回の理科の授業は楽しく学ぶことができた」の平均値を比べると、１年目は5.155から5.690と0.535増え、２年目は5.416から5.883と0.467増えている。一方で、学ぶ意欲と関係する項目１の「理科の授業は好きだ」については、１年目は有意な増加がなく、２年目は有意に増加している。

提案授業は１回目の鏡に関する内容と２回目の偏光板の関する内容で構成される。１回目について最も大きな変更は鏡に映す棒の大きさを変えたことである。棒を大きくすることによって倒れることが少なくなり集中力の減退を防ぐことができた。しかし、この変更は１年目と２年目の違いにあまり影響していないと考えられる。理由は、鏡に関する設問である事後の項目４について、前節で行ったF検定では有意確率が36%、t検定では55%と大きく、１年目と２年目の間に有意な差が見られないからである。一方で、偏光板に関する事後の項目５では、F検定では0.0%、t検定では5.3%と小さく、少なくとも分散には有意な差がある。さらに、項目６の全体的な設問では、F検定が19%、t検定が84%と項目４と同様に有意な差がない。ゆえに、項目５の有意な差は「へんこうばん」に反応した結果と見るのが自然である。すなわち、１年目と２年目の違いの要因は２回目の授業内容にある。項目１の「理科の授業は好きだ」の事前から事後への変化を比べると、１年目は20人が肯定的な方向に、11人が否定的な方向に回答を変えている。これに対

して、２年目は23人が肯定的な方向に、4人が否定的な方向に変わっている。１年目の授業では回答を変えた内の３人に１人が理科を好きではない方向に傾いている。このような否定的な方向に向かわせた原因についてこれから考察する。

４.１　図形の性質

ものづくりを行った２回目の授業で、１年目と２年目の間で最も大きく変わったことは偏光板の形である。１年目は台形で、２年目は長方形であった。台形は上下左右が対称でないため、中に出来る壁がねじれて見える不思議な箱ができることがある。ものづくりでそのような箱を作って否定的な気持ちになることは十分に考えられる。ただし、直接目にしたのは１例だけであり、学生スタッフの助けもあってほとんどの児童が普通に作ることができていた。作ること自体を難しく感じる場面もあったであろうが、その原因にもなるもっと根本的な問題が台形という図形にある。小学校学習指導要領[7]によると算数では各学年で次の表４.１のように図形の概念を学ぶ。

表４.１　小学校の各学年で学習する図形の概念の内容[7]

学年	学習する図形の概念
第一	形の特徴
第二	三角形，四角形，正方形，長方形，直角三角形，箱の形
第三	二等辺三角形，正三角形，円
第四	平行四辺形，ひし形，台形，立方体，直方体
第五	多角形，正多角形，三角形の三つの角，四角形の四つの角の大きさの和，直径と円周との関係，角柱，円柱
第六	対称な図形

第二学年で長方形については学ぶが、台形について学ぶのは第四学年である。小学校三年生が身の回りで台形を目にすることはあろうが、長方形ほど身近に感じることはない。台形という呼び名を知らない児童もいれば、それを見て変な形だと感じる児童もいると考えられる。ものづくりはもちろんのことその前に行った台形の偏光板を組み合わせる実験においても戸惑う児童がいたことは想像に難くない。児童の図形認知について調べた研究では、第三学年と第四学年から方向に関係なく図形が認知できるようになり、図形全体を巨視的に見られるようになる[8]。子どもの図形把握の調査[9]によると、２cm × ４cmの長方形を長方形として類別できた児童は二年94%、三年97%、四年98%、五年99%であった。また、長方形を斜めに置いた場合に長方形として類別できた児童は二年86%、三年89%、四年92%、五年94%と若干低くなるが学年を通して大きな変化はない。一方、３辺が３cmで１辺が2.5cmの台形を正方形として類別した児童は、二年48%、三年38%、四年11%、五年８%と三年から四年にかけて大きく減っている。実際、四年生の授業で台形について学習し、辺の平行に目をつけることで台形と平行四辺形を気づかせてい

る[10]。同様に、四年生を対象とした実験授業[11]において、辺の平行という条件を基にして平行四辺形と台形の関係を捉えられるようになることが示されている。このように、台形は小学校三年生にとってわかりやすい形ではない。このことは、他教科の学習内容も視野に入れて教材開発をしていれば、１年目においてもっとよい提案授業が実施できたことを意味している。

４.２　提案授業への影響

偏光板の形に次ぐ大きな変更は、偏光板と箱の大きさである。偏光板を２枚重ねた大きさは１年目が８cm × ４cmで、２年目が８cm × ６cmであった。１辺が４cmから６cmになったことで、幅２cm弱のセロハンテープで貼り付ける作業が行いやすくなった。箱の図面の縦横の最大は１年目が17cmと18cm、２年目が20cmと25cmである。児童がよく使用するB5のノートが18cm × 26cmなので、２年目の方がそのサイズに近くて扱いやすかったと期待された。なお、これらの改良によって１個当たりの材料費は1.5倍を上回った。しかし、改良の効果は十分で、コスト増を補って余りあるものであったと感じている。

提案授業への影響は上述以外にも考えられる。例えば、１年目と２年目で授業者の指示や発言などに違いはある。もしこれらの影響が大きければ、それは２回目の偏光板についての授業だけでなく、１回目の鏡についての授業にも表れるはずである。事後の項目５と項目４はそれぞれ偏光板と鏡に関する設問となっている。表３.３bより、項目５と項目４においてそれぞれ１年目と２年目の平均値の差は0.29と0.10、標準偏差の比は0.54と0.96である。さらに、t検定とF検定により、項目５には有意な差があると判断されるが、項目４では判断されなかった。ゆえに、１年目と２年目において、１回目と２回目で共通するような授業者の話し方や学生スタッフのサポートなどの違いは大きく影響しなかったと言える。

提案授業の１年目から２年目で修正したことは、本質的には教材の形と大きさだけである。それだけの変更であるが、「理科の授業（実験や観察）は好きだ」という気持ちを高めることができた。結果的にその修正は小学校の算数の学習に沿ったものになっていた。このように、教材の使い方を検討するときは、当該教科だけでなく他の教科の学習状況と対応させて考える必要がある。振り返ってみれば当然のことであるが、この考察からも教科間を関連付けて授業構成をすることの重要性が明らかとなった。

５．おわりに

小学校理科における偏光板の教材性について、小学校第三学年のものづくりの授業を通してその可能性を調べた。偏光板は小学校では扱われない。身の回りでも目にすることはほとんどない。しかし、光の重要な性質である偏光を操作できるので、他にはない独特なものを作ることができる。偏光板に興味を持つことができれば、将来、偏光という重要であるが理解することが難しい光の性質に関する学習[12,13]に役立つと思われる。

本論文では、偏光板を使ったものづくりによって心的態度にどのような変化が起こるのかに注目した。結果、偏光板を使って不思議なものを作れば心的態度がよくなるという単純なものではないことが明らかとなった。小学生がものを作る上で、形や大きさという基本的な要素が意外なほど重要である。扱いやすさだけでなく、児童が学んできたことに即していることにも注意を向けなければならない。数字の読み方一つをとっても、算数の知識は理科に必要不可欠である。台形から長方形に変えたことで学習意欲に有意な差が生まれたことは、小学校三年生までに台形は学習しないが長方形は学ぶことと無関係ではない。このように他教科との関係を意識することは学習効果を高める上で重要である。

これまで扱われなかったものを教材として利用できる可能性は十分にある。偏光板一つをとっても、光の性質について学ぶ小学校三年生の理科だけでなく、教科間のつながりを追究していけば別な学年の他の教科で教材となり得ることは考えられる。また、一度使ってみて授業に合わなかった教材も、少し変えてみることでよくなる可能性があることを本研究で示すことができた。そのために鍵となるのは、他教科の学習内容と関連づけて教材の検討を行うことである。

この提案授業の重要な特徴は、小学校と大学との連携、小学生と大学生とのつながりであった。実際、大学生のスタッフなくしてこの事業は成り立たなかった。授業の補助だけでなく、偏光板や工作用紙を準備できたのは彼らのおかげである。小学校三年生に偏光板を切ったり工作用紙のガイドラインを書いたりするのは無理であり、クラス担任だけで準備出来るとはとても思えない。しかし、視点を変えて、他学年との交流授業として位置づけたらどうだろうか。高学年の児童や中学生であれば偏光板や工作用紙を準備することは可能であろう。また、中学校理科では偏光板を利用した発展的学習が実践されている[14]。既存の授業の中で偏光板や工作用紙の準備が学習として成立するのであれば、小学校高学年または中学生と小学校三年生の交流授業の教材とできる。そのようなプログラムができればとても面白い。

本研究では、対応のない２つの群でそれぞれ違った内容を含む授業を行ってその違いの影響を調査した。そのために、２つの群から取った標本を分析して母集団の性質を調べた。F検定と対応のないt検定の結果、授業前の母集団には母数に差があるとは判断されず、授業後は母分散に差があると判断できた。この結果を受けて、授業前の母集団は同じと見なし、授業後の母集団には授業の違いが反映されるというモデルを構築した。これに対応のあるt検定とウィルコクソンの符号順位和検定を適用して授業の効果を明らかにし、検出力分析でその正しさを評価した。さらに、F検定と対応のないt検定の結果を組み合わせて授業のどの違いが影響したのかを特定した。

ここで、対応のあるt検定だけを行った場合と比較してみたい。この場合、１年目と２年目の各々で項目１「理科の授業は好きだ」と項目３「理科は自分にとって役に立つ勉強だ」だけに有意な差があるかを検定することになる。その結果、項目１の「好きだ」に関しては、１年目に有意な差がなく、２年目には有意な差があって肯定的な回答が増えたとなる。項目３の「役に立つ勉強だ」に関しては、１年目も２年目も有意な差があって、どちらも肯定的な回答が増えたとな

る。これから、１年目の提案授業は理科が役に立つことを伝えられ、２年目の教材を改良した授業では理科が役に立つこと加えて好きにさせる効果もあると結論付けられる。しかし、これはどのくらい確かであろうか。もし、授業を受ける前の児童の状況が１年目と２年目で大きく異なっていれば、その大きな違いがアンケートの回答に反映された可能性を排除できない。また、提案授業に効果があると結論づけられたとしても、授業のどの要素が影響したのかは特定できない。以上から明らかなように、対応のない標本と対応のある標本の検定を組み合わせることによって、より多くのことを明らかにできる。

複数の統計手法を組み合わせた分析は多くの場面で行われている[15,16,17]。統計学[4)]の分野では多様な分析方法が開発されている。その中から研究の目的とデータの性質に合う方法を選び出して組み合わせることができればとても有益である。本研究では、統計学に基づいて複数の標本に対するモデルを立てて分析する方法を試みた。ここで、鏡の実験に関する授業と比較できることが研究を進める上でとても役に立った。このような比較を意図して行った授業ではなかったが、このデータがなければの本研究の結果は得られなかったであろう。この結果を見逃さなかったことに安堵すると共に、貴重なデータを私に与えてくれた当時の小学校三年生の皆さんに感謝の意を伝えたい。

謝辞

生命・地球・エネルギー教育推進事業では、実行委員会の役員の方、実施校の先生方からとても有益なご意見とご感想をいただきました。國學院大學の教職員の方々からは、計画段階から多大なご支援とご協力をいただきました。特に、提案授業の実施者の寺本貴啓先生、加藤季夫先生、柴﨑和夫先生、坂本正徳先生、堀江紀子先生からは多くの有意義な議論をしていただきました。提案授業の実施に際しては、学生スタッフの皆さんがとてもよくサポートしてくれました。ここに、感謝申し上げます。

注釈

１）ウィルコクソンの符号順位和検定は対応のある標本に対して適用できる。事前と事後で差のあるサンプルを取り出してその差の大きさ（絶対値）の順に並べて順位をつける。この差が偶発的であれば正と負になる確率は半々で1/2となる。この偶発的にできる分布とサンプルの分布との違いから有意確率を求めるのが符号順位和検定の考え方である。最も確率が低くなるのはすべての順位が正または負に片寄る場合で、サンプルサイズがnの場合は（$(1/2)^n$）である。有意水準を0.05に取ると両側検定では0.025であるから６個以上のサンプルが必要となる。順位には確率1/2で＋または－の符号が付くので、その符号を付けた順位の和（検定統計量T）を確率変数とすれば、その平均値は０となる。さらに、その確率分布はサンプルサイズが大きいと正規分布で近似できる（中心極限定理[18]）。この検定では25個を超えるときには標準正規分布を用いて有意確率を算出している。分散はnまでの自然数の二乗の和であるから、

$$V=\sum_{k=1}^{n} k^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

となる。標準正規分布の累積分布関数を$F(z)$、確率変数を$Z=T/\sqrt{V}$とおくと、有意確率は両側検定で$P=2F(-|Z|)$となる。なお、同順位がある場合はサンプルの順位k_i（$i=1\sim n$）を用いて、分散を$\tilde{V}=\Sigma_{i=1}^{n} k_i^2$と見積もる考え方もできる。この場合、分散は小さくなるので有意確率$\tilde{P}$も小さくなる。これらの結果を次の表にまとめた。

項目	1年目				2年目			
	$\sqrt{V}$	$\sqrt{\tilde{V}}$	$\tilde{Z}$	$\tilde{P}$	$\sqrt{V}$	$\sqrt{\tilde{V}}$	$\tilde{Z}$	$\tilde{P}$
1	102.1	98.7	1.267	0.205	83.2	79.7	3.024	0.002
3	132.6	129.3	2.274	0.023	143.3	139.2	2.011	0.044

2）対応のある標本では、事前と事後のサンプルをそれぞれx_i、y_iとおくと、それぞれの平均値$\bar{x}$、$\bar{y}$に加えて、ペアの差（$di=yi-xi$）の平均値$\bar{d}$が定義できる。これらを用いて、効果量（標本効果量）は$d_z=(\bar{y}-\bar{x})/s_d$と表される。ここで、ペアの差の普遍分散$s_d{}^2$は

$$s_d{}^2=\sum_{i=1}^{n}\frac{(d_i-\bar{d})^2}{n-1}=\sum_{i=1}^{n}\frac{(y_i-\bar{y})^2+(x_i-\bar{x})^2-2(y_i-\bar{y})(x_i-\bar{x})^2}{n-1}=s_y{}^2+s_x{}^2-2rs_ys_x$$

と、事前、事後それぞれの普遍分散$s_x{}^2$、$s_y{}^2$と相関係数rで表せる。したがって、効果量は平均値の差$(\bar{y}-\bar{x})$が大きいだけでなく、正の相関が大きいときも（rが１に近いほど）値が大きくなる。

3）対応のあるt検定における検出力$1-\beta$は、非心t分布の累積密度関数$\mathcal{F}(k, \lambda, t)$（$k$：自由度，$\lambda$：非心度）を用いて、両側検定で次のように表される。

$$1-\beta=1+\mathcal{F}(n-1, \sqrt{n}d_z, -t_\alpha)-\mathcal{F}(n-1, \sqrt{n}d_z, t_\alpha)$$

ここで、nはサンプルサイズ、t_αは事前のt検定で有意水準がαのときの値を意味する。効果量が正のとき、有意水準を小さくすればt_αは大きくなり、上式の右辺の第２項の$\mathcal{F}$は小さく右辺の第３項の$\mathcal{F}$は大きくなるので、検出力は小さくなる。ここで、非心度が大きくなると第２項と第３項の和は大きくなる。ゆえに、有意水準を変えないで検出力を上げるにはサンプルサイズnを大きくすればよい。

4）参考文献[15]は身近な例を交えてやさしく解説されており統計学の基礎的な考え方がよくわかる。参考文献[16]はデータ分析に必要な統計学の本質がわかりやすく網羅的に説明されている。参考文献[17]は具体的な例を取り入れて統計学の手法がわかりやすく解説されている。他にも多くの良書がある。

参考文献

［１］生命・地球・エネルギー教育推進事業 事業成果報告書、國學院大學人間開発学部初等教育学科、2015年３月１日

［２］小学校学習指導要領解説 理科編、文部科学省、平成20年６月；小学校学習指導要領（平成29年告示）解説 理科編、文部科学省、平成29年７月

［３］近藤良彦、「偏光板を使ったものづくりの試み―小学校理科における提案授業―」、國學院大學人間開発学

研究 第13号、1-16、國學院大學人間開発学会、2022年２月
［４］森棟公夫、「新経済学ライブラリ＝９ 統計学入門」、新世社、1990年12月10日
［５］三宅章彦、「基礎数学シリーズ７ 統計学」、培風館、1997年１月27日
［６］岡本安晴、「データ分析のための統計学入門―統計学の考え方―」、おうふう、2009年３月25日
［７］小学校学習指導要領（平成29年告示）解説 算数編、文部科学省、平成29年７月
［８］家田晴行ほか８名、「図形概念の形成過程―小学生の図形認知の発達段階―」、日本数学教育学会誌 第65巻２号、13-18、日本数学教育学会、1983年
［９］若林一男、「子供の図形把握における問題点と指導改善への方向」、日本数学教育会誌 第39巻２号、14-21、日本数学教育学会、1957年
［10］杉能道明、「『数学的な見方・考え方』を豊かにする算数授業の創造～４年『垂直・平行と四角形』の授業実践を通して～」、岡山大学算数・数学教育学会誌「パピルス」第26号、9-19、岡山大学算数・数学教育学会、2019年11月22日
［11］大林正法、「小学校段階における図形の論理的思考に関する研究」、日本科学教育学会年会論文集42巻、219-222、日本科学教育学会、2018年
［12］高等学校学習指導要領（平成30年告示）解説 理科編 理数編、文部科学省、平成30年７月（令和３年８月一部改訂）
［13］堀輝一郎、「偏光板とポリプロピレンによる着色現象に関する考察―日本学生科学賞における内閣総理大臣賞受賞報告―」、物理教育2005年53巻１号、51-55、日本物理教育学会、2005年３月25日
［14］岩崎和弘、島田透、「光についての学びを深めるための授業実践―『偏光』を通して光が波であることにふれさせる―」、弘前大学教育学部研究紀要クロスロード 第24号、11-18、弘前大学教育学部、2020年３月
［15］今野紀雄、「統計学 最高の教科書―現実を分析して未来を予測する技術を身につける―」、SBクリエイティブ、2019年４月25日
［16］阿部真人、「データ分析に必須の知識・考え方 統計学入門 仮説検定から統計モデリングまで重要トピックを完全網羅」、ソシム、2021年12月９日（初版第２刷発行）
［17］栗原伸一、「入門統計学―検定から多変量解析・実験計画法まで―」、オーム社、平成23年７月25日
［18］細谷雄三、「数理情報科学シリーズ９ 統計的証拠とその解釈」、牧野書店、1995年４月10日

（こんどうよしひこ　國學院大學人間開発学部初等教育学科教授）